

A INFLUÊNCIA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS NAS PESQUISAS SOBRE ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR CRIANÇAS EM PROBLEMAS ADITIVOS

Vinicius Carvalho Beck¹
João Alberto da Silva²

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar o estado da arte das pesquisas sobre estratégias utilizadas por crianças em problemas aditivos, particularmente nos primeiros anos escolares. Pode-se dizer que a Epistemologia Genética e a Teoria dos Campos Conceituais são referenciais teóricos recorrentes em trabalhos que abordam esta temática, que o processo de construção da operação de subtração é um pouco mais lento que o da adição e que a contagem é uma das primeiras estratégias utilizadas na resolução de problemas aditivos.

Palavras Chave: Campos Conceituais; Problemas Aditivos; Estratégias.

THE INFLUENCE OF THE THEORY OF CONCEPTUAL FIELDS IN RESEARCH ON STRATEGIES USED BY CHILDREN IN ADDITIVES PROBLEMS

Abstract

The aim of this work is to present the state of the art of research on strategies used by children in additive problems, particularly in the early school years. It can be said that the genetic epistemology and theory of Conceptual Fields are recurring theoretical references in works that address this issue, the construction process of the subtraction operation is a little slower than addition and the count is one of the first strategies used in solving of additives problems.

Keywords: Conceptual Fields; Additive Problems; Strategies.

¹ Mestre em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Professor do Instituto Federal Sul-rio-grandense Campus Pelotas - Visconde da Graça (IFSUL-CaVG). E-mail: yonoco@gmail.com

² Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor da Universidade Federal do Rio Grande (FURG). E-mail: joaosilva@furg.br

Introdução

Uma grande contribuição da Teoria dos Campos Conceituais foi mostrar que as operações de adição e subtração são, na verdade, duas faces da mesma moeda. Nesta teoria elas são consideradas complementares, sendo o campo conceitual relacionado com estas duas operações chamado de campo das estruturas aditivas. Nesse contexto, os problemas do tipo aditivo são, na verdade, problemas que envolvem a adição e/ou a subtração, e não apenas a adição, como o nome talvez possa sugerir em princípio. Além disso, Vergnaud (1985, 1990) destaca que muitos problemas aditivos podem ser resolvidos tanto pela adição quanto pela subtração, o que vai de encontro à ideia da anterioridade da adição em relação à subtração no currículo escolar, tradicionalmente estabelecida.

Vergnaud (1985, 1990) também analisou os problemas envolvendo multiplicação e/ou divisão, denominando o campo conceitual que envolve estas operações de campo das estruturas multiplicativas. A Teoria dos Campos Conceituais está em forte sintonia com as tendências das pesquisas e políticas públicas em Educação Matemática, sobretudo com relação ao conceito de situação-problema (BRASIL, 1997; MEIRIEU, 1998; PERRENOUD, 2000). Por exemplo, a Provinha Brasil de Matemática considera seis tipos de habilidades na resolução de problemas envolvendo operações aritméticas: juntar, separar, acrescentar, retirar, comparar e completar. Cada uma destas habilidades está associada a um tipo de situação-problema diferente. Dentro de cada tipo, apenas a natureza dos objetos envolvidos é alterada, sendo que a estrutura é sempre mantida, ou seja, a matriz de referência das habilidades avaliadas na PBM sugere que diferentes tipos de situação-problema podem levar a utilização do mesmo tipo de estrutura.

Além das pesquisas sobre os diferentes tipos de problemas matemáticos nos primeiros anos escolares, também existem estudos sobre as estratégias que as crianças utilizam para resolver problemas aditivos (NUNES e BRYANT, 1997; BORBA e NUNES, 2004; CHAPIN e JOHNSON, 2006; SILVA, 2014; SILVA, JELINEK, BECK, SARAIVA e FONSECA, 2014). Estes estudos têm cada vez mais evidenciado que os algoritmos (ou “contas armadas”, como são mais conhecidos) não constituem as estratégias mais utilizadas pelas crianças em fase de alfabetização e que existem vários estágios gradativos que levam a uma conceitualização das estruturas aditivas e multiplicativas. Outro dado importante que estas novas pesquisas nos trazem, e que, aliás, confirma as proposições da Teoria dos Campos Conceituais, é que não existe uma ordem bem definida entre a adição e a subtração.

Além disso, nos últimos anos têm-se cada vez mais observado que olhar apenas para os problemas a serem resolvidos e para os fundamentos matemáticos inerentes a tais problemas, isto é, considerar apenas os processos exclusivamente de ensino, já não é mais suficiente para atender as demandas da educação atual. A aprendizagem vem ganhando cada vez mais destaque nas pesquisas sobre Educação Matemática. Um exemplo são os estudos sobre as estratégias que os alunos utilizam para resolver problemas aritméticos (KAMII, 1990; NUNES e BRYANT, 1997; MAGINA, 2001; BORBA, 2002; BORBA e NUNES, 2004; SILVA, 2014).

É importante ressaltar que esta mudança de paradigma, no que diz respeito à variedade de problemas a serem utilizados, foi fortemente influenciada pelos resultados das pesquisas abordando as estratégias utilizadas por crianças. Os esquemas cognitivos mobilizados por estudantes dos primeiros anos escolares na resolução de problemas aditivos têm sido tema de pesquisa recorrente na área da Educação Matemática.

A Teoria dos Campos Conceituais fornece a base para a compreensão de como a criança constrói as operações aritméticas básicas, e por isso, é utilizada em muitos estudos como um referencial teórico. No entanto, é importante ressaltar a derivação epistemológica das principais ideias desta teoria: a Epistemologia Genética. Em vários trabalhos do pesquisador suíço Jean Piaget (1950, 1967, 1970, 1977), alguns em colaboração com Bärbel Inhelder (PIAGET e INHELDER, 1959, 1962, 1968) e Alina Szeminska (PIAGET e SZEMINSKA, 1981), a construção do conceito de número e os desdobramentos lógicos decorrentes dessa construção são detalhadamente descritos e analisados.

O objetivo deste trabalho é apresentar o estado da arte das pesquisas sobre estratégias utilizadas por crianças em problemas aditivos, particularmente nos primeiros anos escolares, bem como destacar o papel que a abordagem construtivista tem exercido enquanto referencial teórico nesses estudos.

Epistemologia Genética e Problemas Aditivos

Gerárd Vergnaud foi aluno de Piaget, e o contato direto com os estudos mais avançados da Epistemologia Genética inspiraram muitas ideias da Teoria dos Campos Conceituais. Um dos mais importantes conceitos herdados da Epistemologia Genética foi o de invariante operatório, que vem a ser uma operação mental aplicável a vários tipos de situações, às vezes na forma de conceito e às vezes na forma de esquema mental, rebatizados por Vergnaud (1985), respectivamente, como conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

Vergnaud (1985) parte do princípio de que o processo de conceitualização é o fator principal para que ocorra aprendizagem. Segundo ele, o incremento de conhecimento acontece quando há modificação em um dos componentes da tríade (S,I,R). As letras S, I, R significam, respectivamente, as situações relacionadas com o conceito a ser aprendido; os invariantes operatórios desenvolvidos pelo sujeito para agir nas situações familiares ao conceito; e as

representações simbólicas que o sujeito utiliza para ligar-se cognitivamente ao conceito.

Assim como Piaget, Vergnaud assume uma posição epistemológica que se distancia das duas principais abordagens da teoria do conhecimento: o inatismo e o empirismo. Segundo os inatistas, a via de acesso ao conhecimento é a razão e o modelo de busca da verdade mais eficaz é o método dedutivo. Já os empiristas defendem a experiência como caminho para se chegar à verdade, acreditando no método indutivo das Ciências Naturais como modelo de busca mais confiável.

O fato de Vergnaud apresentar as situações como um dos três componentes da tríade (S,I,R) demonstra oposição à ideia inatista de que a razão é um caminho suficiente para se chegar ao conhecimento. Em seus estudos sobre as estruturas aditivas por exemplo (VERGNAUD, 1985), o pesquisador francês propõe inclusive uma classificação de situações em que a operação de adição pode ser utilizada (inclusive, tal classificação teve forte influência na concepção das habilidades da Provinha Brasil de Matemática). Esta importância atribuída às situações sugere que a construção do conhecimento, depende, até certo ponto, do tipo de situações envolvidas, ou em outras palavras, está ligada com o contexto sociocultural no qual o sujeito está inserido. Este peso maior ao contexto social é um ponto que diferencia a Teoria dos Campos Conceituais da Epistemologia Genética, já que para Piaget, os esquemas são gerais, e pouco dependem das diferenças de contexto.

Da mesma forma, mas em outra direção epistemológica, a inclusão das representações simbólicas na tripla (S,I,R) indica a intenção de se distanciar do empirismo. Vergnaud propõe o conceito em forma de tripla pelo fato de acreditar que as situações, por si só, são insuficientes para a construção de um

conceito. Representações também são necessárias, e a ação mental é imprescindível nesse processo.

A Construção do Campo Aditivo

Ao analisar resoluções de problemas envolvendo operações com números naturais, Nunes e Bryant (1997) afirmam que o nível de dificuldade de um problema depende do número de operações mentais envolvidas e da coordenação destas operações. Os autores ressaltam que o número de operações mentais utilizadas em problemas com mudança de quantidade depende da posição em que se encontra o número requerido (valor inicial desconhecido, transformação desconhecida ou valor final desconhecido). Problemas com valor inicial desconhecido ou com transformação desconhecida demandam maior número de operações mentais. Por exemplo, um problema do tipo $4+?=5$ (com transformação desconhecida) demanda maior quantidade de operações mentais do que um problema do tipo $4+1=?$ (com valor final desconhecido).

Borba e Nunes (2004), ao analisar a compreensão de estudantes a respeito dos significados, propriedades e formas de representação sobre números inteiros relativos por crianças de sete e oito anos de idade, afirmam que em problemas diretos (com valor final desconhecido) determina-se o valor final agindo diretamente nos dados, enquanto os problemas inversos (com valor inicial desconhecido) podem ser resolvidos por tentativas, uso da comutatividade ou inversão da operação envolvida, ou seja, exigem maior número de operações mentais do que os problemas diretos.

Justo (2004), sob a perspectiva da Epistemologia Genética e da Teoria dos Campos Conceituais, descreve os esquemas que promovem a evolução do processo de construção do conceito de subtração, com foco nos problemas de composição e transformação (VERGNAUD, 1985). A pesquisadora propôs a estudantes das 2^o e 3^o séries (hoje 3^o e 4^o anos) situações-problema envolvendo

as estruturas aditivas. Ao final do estudo, ela conclui que o processo de construção da operação subtração ocorre mais lentamente se comparado com o processo de construção da operação adição. A autora ressalta que os significados da adição e da subtração são construídos em conexão ao longo de um processo, no qual há uma relação de dependência entre estes dois conceitos, reforçando o que já havia sido proposto por Vergnaud (1985). A autora também ressalta que a comutatividade da adição, a noção de operação inversa, a inclusão de classes e o contato com problemas envolvendo transformação de medidas são condições necessárias para a plena construção do conceito de subtração.

Chapin e Johnson (2006) identificaram, em seus estudos, três tipos de estratégias na resolução de problemas elementares envolvendo as operações de adição e subtração nos anos iniciais: estratégias baseadas na contagem nos dedos ou objetos físicos, estratégias baseadas na contagem em sequências (ou por blocos) e estratégias baseadas em sentenças numéricas (com representação mais sofisticada, algumas vezes fazendo uso de algoritmos).

Mendonça, Magina, Cazorla e Santana (2007) realizaram um estudo com 1803 estudantes de dois estados brasileiros, de 1º a 4º série (hoje 2º a 5º anos), no qual os pesquisadores propunham aos estudantes 12 problemas envolvendo adição e subtração, nos quais eles poderiam utilizar apenas lápis e papel. O estudo tinha como referencial a Teoria dos Campos Conceituais. As situações propostas envolviam a composição, a transformação e a comparação de medidas (VERGNAUD, 1985). Os autores concluem, ao final do estudo, que há um crescimento nas taxas de acertos conforme as crianças avançam no processo de alfabetização, ainda que em proporções diferentes nos dois estados, e que mesmo estudantes da 4º série (hoje 5º ano) ainda podem apresentar dificuldades em resolver problemas que envolvem as operações de adição e subtração.

Sintetizando algumas das ideias dos trabalhos apresentados, podemos dizer que problemas inversos demandam um número maior de operações mentais que problemas diretos (NUNES e BRYANT, 1997; BORBA e NUNES, 2004); que o processo de construção do conceito de subtração ocorre mais lentamente que o processo de construção da adição, sendo que problemas de transformações de medidas podem facilitar o entendimento da subtração (JUSTO, 2004); que a contagem é uma das estratégias mais primitivas na resolução de problemas aditivos, evoluindo para estratégias que utilizam sentenças numéricas (CHAPIN e JOHNSON, 2006); e que o número de acertos em problemas aditivos tende a aumentar conforme as crianças avançam na idade, embora possam apresentar dificuldades neste tipo de problema mesmo depois de ultrapassar a etapa de alfabetização (MENDONÇA et al., 2007).

A Contagem como Estratégia Inicial

Estas compreensões mostram que abordagens didáticas que consideram exclusivamente o uso de algoritmos como estratégia são insuficientes para o desenvolvimento de esquemas mentais capazes de responder a uma variedade de situações aditivas. Pode-se explorar a multiplicidade de problemas que podem facilitar o desenvolvimento do pensamento aditivo, bem como as variadas estratégias que os alunos utilizam para resolver estes problemas, a partir daquilo que aprendem em seu meio social, como a contagem, que parece ser a estratégia mais espontânea, pelo menos inicialmente.

No entanto, isto não significa que os algoritmos não possam ser abordados, e que os modos de resolução do aluno devam ser mantidos mesmo se não forem eficazes ou eficientes. Pelo contrário, deve-se partir da forma de resolver mais espontânea utilizada pelo estudante para que ele consiga compreender as estratégias mais eficientes possíveis dentro de seu nível de desenvolvimento.

É importante também destacar que o uso da contagem como estratégia aditiva tem sido verificado por várias pesquisas recentes (NUNES e BRYANT, 1997; BORBA e NUNES, 2004; CHAPIN e JOHNSON, 2006). Apenas para exemplificar, apresenta-se a seguir três estudos que destacam o uso da contagem em problemas envolvendo as estruturas aditivas.

Vece (2012), apoiando-se na Teoria dos Campos Conceituais, realizou um estudo com 22 alunos do 1º ano do Ensino Fundamental, no qual a autora analisa quais as estratégias os estudantes utilizam para resolver três problemas de transformação negativa (VERGNAUD, 1985) e que dificuldades de natureza cognitiva e emocional apresentam. Ao final da pesquisa, a autora conclui que as crianças de seis anos não apresentaram dificuldades emocionais ao lidar com problemas de transformação negativa, e que a maior fonte de erros não foi a dificuldade semântica de compreensão dos enunciados, mas sim a habilidade no uso da contagem (estratégia utilizada pela grande maioria das crianças nos três problemas, segundo a autora).

Mariano (2012), com base na Teoria dos Campos Conceituais, desenvolveu um estudo com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, no qual pretendia analisar quais procedimentos as crianças utilizariam para resolver problemas aditivos envolvendo transformações de medidas (VERGNAUD, 1985). A autora conclui, ao final da pesquisa, que os estudantes utilizam variadas estratégias envolvendo a contagem para resolver problemas desta classe, em concordância com Chapin e Johnson (2006), no que diz respeito às estratégias iniciais. A autora também ressalta que as crianças utilizam algoritmos convencionais com maior recorrência na resolução de problemas do tipo $4+5=?$, e em contrapartida, utilizam procedimentos que se apoiam em desenhos e números isolados para resolver problemas do tipo $4+?=9$ ou do tipo $?+5=9$.

Silva et al. (2014) pretendiam compreender quais as principais estratégias utilizadas por alunos do Ciclo de Alfabetização na resolução de problemas aditivos, concluindo que a contagem desempenha um papel muito importante enquanto estratégia de resolução, em convergência com Chapin e Johnson (2006), Vece (2012) e Mariano (2012). Isto foi constatado pelo fato de que a grande maioria dos alunos participantes da pesquisa utilizou esta estratégia.

Em síntese, o resultado encontrado por Chapin e Johnson (2006), com relação ao fato de a contagem ser uma das primeiras estratégias, muito utilizada na alfabetização, é confirmado nas pesquisas de Vece (2012) e Mariano (2012), e também na pesquisa de Silva et al. (2014).

Os Problemas Aditivos nas Avaliações de Larga Escala no Brasil

A Provinha Brasil de Matemática tem sido usada como referência de avaliação em algumas pesquisas. Câmara (2013), por exemplo, realizou um estudo com o objetivo de compreender os fatores que influenciam na resolução de problemas envolvendo estruturas aditivas. Nesse estudo foram aplicados 192 itens da pré-testagem da Provinha Brasil de Matemática para 12 mil alunos de escolas brasileiras localizadas em diferentes estados. O autor conclui, ao final do estudo, que o índice de sucesso dos alunos na resolução de problemas aditivos da Provinha Brasil de Matemática varia de acordo com o tipo de contexto, a presença ou não de imagens, a magnitude dos números envolvidos e a localização dos dados no problema.

Segundo Câmara (2013), nos problemas que envolvem as ideias de juntar, acrescentar e retirar, os maiores índices de acerto ocorreram em problemas que apresentam um tipo de contexto familiar à faixa etária, sem a presença de imagens, com magnitude abaixo de 10 no caso da subtração e acima de 10 no caso da adição (embora a diferença entre os índices de acerto no caso da adição tenha sido de apenas 3%) e com localização dos dados tanto na imagem quanto

no texto. Entretanto, nos problemas que envolvem as ideias de completar e comparar, os maiores índices de acerto ocorreram com a presença de imagens, com magnitude acima de 10 e com a localização dos dados tanto na imagem quanto no texto.

Considerações Finais

Pode-se dizer, considerando o Estado da Arte das pesquisas sobre as estratégias utilizadas por crianças na resolução de problemas aditivos, que: problemas inversos demandam maior ação mental que problemas diretos; que o processo de construção do conceito de subtração ocorre mais lentamente que o da adição; que a contagem é uma das estratégias mais primitivas, evoluindo para estratégias mais sofisticadas e podendo chegar até o uso de algoritmos; que o número de acertos em problemas aditivos tende a aumentar conforme as crianças avançam na idade, ainda que possivelmente apresentem dificuldade em etapas posteriores; que o índice de sucesso dos alunos na resolução de problemas aditivos pode variar dependendo do tipo de contexto, da presença de imagens, da magnitude dos números e da localização dos dados no problema; e que a não congruência semântica pode explicar o insucesso na resolução de alguns problemas aditivos.

Ao se distanciar do inatismo e do empirismo, a Teoria dos Campos Conceituais, assim como a Epistemologia Genética, coloca a ação mental em um lugar privilegiado no processo de aprendizagem. No caso dos problemas aditivos, isto significa que não apenas o ensino e o aprendizado dos algoritmos são importantes, mas também as estratégias espontâneas e as representações criadas pelos estudantes. Esta forma de abordar o processo de aprendizagem permite compreender mais detalhadamente as estratégias mentais da criança que aprende as operações aritméticas básicas, e possibilita a ampliação do conhecimento que se tem na literatura sobre o assunto. Partindo do princípio de que

existe uma evolução gradual das estratégias aditivas utilizadas por crianças, pode-se traçar metas mais realísticas de aprendizagem e prever dificuldades de forma mais sistemáticas e menos improvisadas de se pensar no ensino da Matemática.

Referências

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. **The effect of number meanings, conceptual invariants and symbolic representations on children's reasoning about direct numbers**. 2002. Tese (PhD in Education), Oxford Brooks University, Inglaterra.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; NUNES, Terezinha. Como significados, propriedades invariantes e representações simbólicas influenciam a compreensão do conceito de número inteiro relativo. **Educação Matemática Pesquisa**, v.6, n.1, p.76-100, 2004.

BRASIL. **PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática - 1º e 2º Ciclos**. Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, Brasília, 1997.

CÂMARA, Marcelo. Análise dos Resultados do Pré-Teste da PBM de Matemática. **Estudos em Avaliação Educacional**, v.24, n.54, p.100-117, 2013.

CHAPIN, S. H.; JOHNSON, A. **Math matters: understanding the Math you teach**, grades K-6. 2ed. Sausalito, CA, USA: Math Solutions, 2006.

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. **Mais ... ou Menos ...: a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 135p.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações da teoria de Piaget**. Editora Papyrus, Campinas, 1990.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. PROEM, São Paulo, 2001.

MARIANO, Solange de Fátima S. Procedimentos de crianças do 2º ano do ensino fundamental na resolução de problemas do campo aditivo com o significado de transformação. In: CURI, Edda (org.); NASCIMENTO, Julia Cassia P. (org.). **Educação Matemática: grupos colaborativos, mitos e práticas**. Editora Terracota, São Paulo, 2012. 204p.

MEIRIEU, P. **Aprender... sim, mas como?**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MENDONÇA, Tânia Maria; MAGINA, Sandra Maria Pinto; CAZORLA, Irene Maurício; SANTANA, Erivalda Ribeiro dos Santos. As Estruturas Aditivas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo Diagnóstico em Contextos Diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v.10, n.2, p.219-239, 2007.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Artes Médicas, Porto Alegre, 1997.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PIAGET, Jean. 1950. **Introduction à l'épistemologie génétique: la pensée mathématique**. Presses Universitaire de France, Paris, 1950. v.1.

_____, Jean. 1967. **Biologia e Conhecimento**. Editora Vozes, Petrópolis, 2003.

_____, Jean. 1970. **A Epistemologia Genética**. Editora Vozes, Petrópolis, 1971.

_____, Jean. 1977. **Abstração Reflexionante**. Editora Artmed, Porto Alegre, 1990.

_____, Jean; INHELDER, Bärbel. 1959. **Gênese das Estruturas Lógicas Elementares**. Editora Zahar, Rio de Janeiro, 1975. 356p.

_____, Jean; INHELDER, Bärbel. 1962. **O Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança**. Editora Zahar, Rio de Janeiro, 1975. 359p.

_____, Jean; INHELDER, Bärbel. 1968. **Memória e Inteligência**. Editora Artenova, Brasília, 1979. 410p.

_____, Jean; SZEMINSKA, Alina. **A gênese do número na criança**. 3. ed. Tradução de: OITICICA, C. M. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

SILVA, João Alberto (Org.). **Alfabetização Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 1. ed. Editora CRV, v.1, Curitiba, 2014. 180p.

SILVA, João Alberto da; JELINEK, Karin Ritter; BECK, Vinicius Carvalho; SARAIVA, Pamela; FONSECA, Willian. Strategies and procedures of Literacy Cycle Children in problem situations involving Addition and Subtraction. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v.4, n.3, 2014. ISSN 2238-0345.

VECE, Janaína Pinheiro. Alunos do 1^o ano do ensino fundamental e os problemas de transformação negativa. In: CURI, Edda (org.); NASCIMENTO, Julia Cassia P. (org.). **Educação Matemática: grupos colaborativos, mitos e práticas**. Editora Terracota, São Paulo, 2012. 204p.

VERGNAUD, Gérard. 1985. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. 3ed. Editora da UFPR, Curitiba, 2009.

_____, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v.10, n.2-3, p.133-170, 1990.