

**O ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL NA PERSPECTIVA PIAGETIANA:
UMA PRIMEIRA APROXIMAÇÃO AO ESTADO DA ARTE**

Clélia Maria Ignatius Nogueira¹
Vitor Ignatius Nogueira²

Resumo

A necessidade de se respeitar o nível cognitivo da criança, de se considerar o conhecimento prévio dela, bem como a importância de que o aluno seja sujeito de sua própria aprendizagem, são pressupostos piagetianos que implícita ou explicitamente orientam as investigações mais atuais na Educação Matemática. Entretanto, ainda não existem estudos que identifiquem o legado de Piaget à Educação Matemática brasileira. Neste texto são apresentados os resultados de uma investigação em andamento com o objetivo de sistematizar e avaliar as produções acerca do ensino de Matemática na perspectiva piagetiana, buscando uma primeira aproximação ao estado da arte deste campo teórico. São apresentados aqui apenas dados quantitativos das pesquisas realizadas na revista Schème (desde sua criação), na revista Bolema (a partir do ano de 2010); nos III, IV e V SIPEM e nos I, II, III e IV Colóquios. A restrição deve-se ao estágio ainda inicial da investigação e, dos resultados já obtidos, é possível inferir que são poucos os trabalhos de investigação na área da Matemática com a presença explícita de Piaget no ensino de Matemática mais forte em estudos realizados por psicólogos e pedagogos do que por matemáticos. Neste último segmento, ela está implícita mediante as pesquisas que se sustentam na teoria dos Campos Conceituais.

Palavras Chave: Ensino de Matemática; Teoria dos Campos Conceituais; Piaget; Educação Matemática.

¹ Doutora em Educação. Professora aposentada da Universidade Estadual de Maringá- UEM. Docente convidada do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e Educação Matemática - PPGCEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE - e-mail: voclelia@gmail.com

² Licenciado em História. Especialista em Educação. Professor do Colégio Platão de Maringá. E-mail: vitor.ig.nogueira@outlook.com

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU BRÉSIL DANS LA PERSPECTIVE DE PIAGET: UNE PREMIÈRE APPROXIMATION DE L'ÉTAT DE L'ART

Résumé:

La nécessité de respecter le niveau cognitif de l'enfant à être considéré comme une connaissance préalable de celui-ci, et l'importance que l'élève fait l'objet de leur propre apprentissage, sont hypothèses piagétiens qui implicitement ou explicitement guident les recherches les plus récentes dans l'enseignement des mathématiques. Cependant, il n'y a pas d'études qui identifient l'héritage de Piaget à l'Éducation Mathématiques du Brésil. Dans cet article, nous présentons les résultats d'une recherche en cours afin de systématiser et d'évaluer les productions sur l'enseignement des mathématiques dans la perspective de Piaget, à la recherche d'une première approche de l'art de ce champ théorique. Ils sont présentés ici que des données quantitatives provenant d' recherches menées dans le périodique Scheme (depuis sa création), dans le périodique Bolema (à partir de 2010); III, IV et V et SIPEM I, II, III et IV Coloque. La restriction est due au stade encore précoce des recherches et les résultats obtenus, nous pouvons en déduire qu'il y a peu de recherches en mathématiques avec la présence explicite de Piaget dans l'enseignement des mathématiques le plus fort dans les études par des psychologues et des pédagogues que par les mathématiciens. Dans ce dernier segment, il est impliqué par les recherches qui soutiennent par le théorie des champs conceptuels.

Mots-clés: Éducation Mathématiques; Théorie des champs conceptuels; Piaget; L'enseignement des mathématiques.

Introdução

É possível afirmar que, mesmo sem referência explícita à teoria piagetiana, alguns resultados das investigações realizadas pelo estudioso genebrino e seus colaboradores já se constituem em “cenário natural” para as pesquisas atuais, como o fato de que a é necessário se respeitar o nível de desenvolvimento cognitivo da criança; de que é necessário deixar a criança agir; que a construção de conhecimentos matemáticos depende de toda a experiência e todo desenvolvimento anteriores do aluno, dentre outros. Digamos que esses

pressupostos implícita ou explicitamente orientam as investigações mais atuais da Educação Matemática.

Mas, estariam a epistemologia e psicologia genéticas piagetianas, o método clínico crítico ou mesmo os métodos da epistemologia genética (análise histórica; análise formal e análise psicológica) explicitamente presentes nas pesquisas atuais sobre o ensino da Matemática?

A intenção deste artigo é apresentar os resultados de uma investigação em andamento com o objetivo de sistematizar e avaliar as produções acerca do ensino de Matemática na perspectiva piagetiana, buscando uma primeira aproximação ao estado da arte deste campo teórico de maneira a identificar qual o legado de Piaget à Educação Matemática brasileira, nos últimos cinco anos, considerando apenas artigos publicados e/ou apresentados em eventos. Para tanto, está sendo realizada uma pesquisa qualitativa do tipo “estado da arte”, dividida em duas etapas: a busca por artigos publicados em periódicos e em anais de eventos e, posteriormente, identificar a produção dos Laboratórios de Psicologia Genética e atualizar o trabalho já realizado por Montoya e Ferreira (2009) sobre os Grupos de Estudos e Pesquisas no Brasil que estudam a obra de Piaget.

No que se refere às **publicações em periódicos**, a busca de informações se concentrará inicialmente, nas revistas mais tradicionais da área da Educação Matemática, a saber: Zetetikè (UNICAMP); Bolema (UNESP/Rio Claro) e Educação Matemática em Revista (SBEM), além da revista Schème. Posteriormente, pretendemos estender a pesquisa para outros periódicos, como RIPEM – Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, a SBEM e a outros periódicos que possuam, no mínimo Qualis B4.

A revista **Zetetikè**, foi fundada em 1993 e até o ano de 2015, foi uma revista semestral e esteve vinculada exclusivamente à FE/Unicamp. A partir de 2015, a Revista Zetetiké passou ser uma publicação com periodicidade quadrimestral, envolvendo parceria entre a Faculdade de Educação da Unicamp (FE/Unicamp) e a Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense (FEUFF).

O **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática é uma das mais antigas e importantes publicações na área da Educação Matemática no Brasil, criada em 1985, vinculado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

A **Educação Matemática em Revista (EMR)**, inicialmente em versão impressa e atualmente de acesso online é uma publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), foi criada em 1993. Por se destinar aos professores possibilita uma análise das implicações em sala de aula da teoria piagetiana.

A **Schème** - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas publica textos nas áreas da Educação, Psicologia e Filosofia relativos à Epistemologia Genética e à Psicologia Genética de Jean Piaget e é vinculada à UNESP, campus de Marília.

Para as **publicações em anais de eventos**, estão sendo considerados o ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, o **SIPEM**, Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática e o Colóquio Internacional de Psicologia e Epistemologia Genéticas.

O **ENEM**, cuja primeira edição aconteceu em 1987 e é o evento mais importante no âmbito nacional, porque congrega o universo dos segmentos en-

volvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, Professores e Estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, Estudantes da Pós-graduação e Pesquisadores. Atualmente estamos na sua 12^a edição.

O SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - caracteriza-se como um evento exclusivo de pesquisadores da Educação Matemática mediante os quatorze grupos de trabalho da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Sua primeira edição foi em 2000 e em 2015, foi realizado o VI SIPEM.

O Colóquio Internacional de Psicologia e Epistemologia Genéticas teve sua primeira edição em 2009 e é um evento voltado tanto para pesquisadores e estudiosos interessados na obra de Jean Piaget, como para estudantes de graduação, pós-graduação e profissionais ligados aos cursos de psicologia, filosofia, educação e áreas afins.

Os descritores utilizados para a busca das produções são: ensino de Matemática; Educação Matemática; Piaget; teoria piagetiana; Psicologia Genética e Epistemologia Genética. As fontes selecionadas para a coleta de informações condensam o que tem sido produzido e divulgado no Brasil, tanto na área da Educação Matemática, quanto no que se refere à Psicologia e à Epistemologia Genéticas, de maneira que permitirão uma visão ampla das produções científicas acerca do ensino de Matemática na perspectiva piagetiana no Brasil.

São apresentados aqui apenas dados quantitativos das pesquisas realizadas na revista Schème (desde sua criação), na revista Bolema (a partir do ano de 2010); nos III, IV e V SIPEM e nos I, II, III e IV Colóquios. A restrição deve-se ao estágio ainda inicial da investigação.

Para organização deste texto, inicialmente são estabelecidas relações entre a teoria piagetiana e o ensino de Matemática, como contextualização do tema; a seguir são destacados alguns dos principais autores que favoreceram a divulgação das ideias piagetianas no Brasil, no campo da Educação Matemática. Segue então, um resumo da teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, em função desta ser uma teoria cognitivista com grande apelo didático que possui aportes na teoria piagetiana, para finalizar com uma primeira aproximação ao estado da arte das pesquisas em Educação Matemática no Brasil que se fundamentam teoricamente em Piaget.

Contextualizando: Piaget e o ensino de Matemática

É fato notório que os estudos de Jean Piaget e seus colaboradores não tinham como objeto a construção do conhecimento escolar, nem a aprendizagem em seu sentido estrito, mas o processo de desenvolvimento cognitivo, buscando uma abordagem da inteligência em termos lógicos.

O foco principal de suas investigações foi o mecanismo de produção de conhecimentos ou, como o sujeito passa de um nível de menor conhecimento para um nível de maior conhecimento. Todavia, como é exatamente este o principal objetivo da educação escolar, ou seja, *conduzir o aluno que possui um determinado grau de conhecimentos a outro grau de conhecimentos mais amplos ou mais bem estruturados*, naturalmente foram estabelecidos laços entre a teoria piagetiana e a ação educativa, particularmente após a constatação da necessidade de se conhecer o estudante e como ele aprende.

A necessidade de se compreender como se aprende para então se discutir como se ensina está explicitada no Prólogo do livro *L'enseignement des*

*mathematiques*³ (Piaget et al, 1961), quando os autores⁴ justificam a ordem com que os seis capítulos que o compõem são apresentados:

Precisamos conhecer o aluno e ter ideia do que fazemos para ensiná-lo antes de abordar os refinamentos técnicos. Por esta razão, o capítulo psicológico é o primeiro e o pedagógico é o último. Entre a forma e a possibilidade de fazer, condicionadas pelo professor e o aluno está matéria, que é a substância do diálogo (Piaget et al, 1968, p. XVI, tradução da autora).

A preocupação de Piaget com a educação escolar, aparece particularmente nos textos *Para onde vai a educação* (1948)⁵ escrito a pedido da UNESCO e no livro *Psicologia e Pedagogia*⁶, composto de duas partes, a primeira escrita em 1935 e a segunda, em 1965. Apesar de considerar os problemas do ensino de maneira geral e de discutir particularmente a valorização e formação do professor, Piaget aborda, nestes dois livros, especificamente os ensinamentos de Ciências Físicas e Naturais, da Filosofia e das Humanidades, sendo o ensino de Matemática privilegiado nessas discussões.

No texto de 1948, Piaget analisa as dificuldades dos estudantes na Matemática, atribuindo-as ao ensino ofertado:

Nossa hipótese é, portanto a de que as supostas aptidões diferenciadas dos “bons alunos” em Matemática ou Física etc., em igual nível de inteligência, consistem principalmente na sua capacidade de adaptação ao tipo de ensino que lhes é fornecido; os “maus alunos” nessas matérias, que, entretanto são sucedidos em outras, estão na realidade perfeitamente aptos a dominar os assuntos que parecem não compreender, contanto que estes lhes cheguem através de outros caminhos:

³ Consultamos, para fins deste trabalho, a terceira edição da versão em espanhol deste livro e cuja terceira edição versão espanhola *La enseñanza de las matemáticas*, de 1968.

⁴ Além de Piaget, o lógico E.W. Beth (Universidade de Amsterdã); os matemáticos G. Choquet (Universidade de Paris) e J. Dieudonné (Universidade de Illinois - EUA); o professor de Matemática A. Lichnerowicz (Collège de France) e o pedagogo C. Gattegno (Universidade de Londres).

⁵ A edição consultada deste livro é de 1973.

⁶ A edição consultada deste livro é de 1998.

são as “lições” oferecidas que lhes escapam à compreensão, e não a matéria (PIAGET, 1973, p.17).

Esta discussão realizada por Piaget se deve ao fato de que no final da década de 1940, já existia o consenso de que o ensino de Matemática malograra e não estava atendendo a quem ensinava e, menos ainda, a quem aprendia. No início da década de 1950 essas discussões se intensificam.

Como acontece ainda hoje com pessoas adultas que por pelo menos durante 12 anos estudaram Matemática na Educação Básica, os adultos da década de 1950 pouco ou nada retinham do conteúdo estudado a não ser nomes famosos como Teorema de Pitágoras, apesar de não se recordarem do enunciado, ou fórmulas exaustivamente memorizadas sem a devida compreensão, como a do quadrado da soma de dois números reais quaisquer, x e y , dada por: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, sem falar, é claro, na total incapacidade de operar com frações, conteúdo que aparece no quarto ano do Ensino Fundamental e acompanha o indivíduo nos nove anos restantes, fazendo com que muitos afirmem que nada sabem de Matemática, o que é, evidentemente um exagero (NOGUEIRA, 2007, p.17,18).

Buscando minimizar tais dificuldades, durante as décadas de 50 e 60 do século XX, o ensino de Matemática, em diferentes países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna - MMM. Esta denominação se deu em função de que a sua principal mensagem era a de que o “[...] ensino de Matemática tinha malogrado porque o currículo tradicional oferecia ‘Matemática antiquada’, que era como se referiam à Matemática criada antes de 1700”. Assim, os matemáticos adeptos deste movimento, se preocuparam, basicamente em efetivar uma mudança curricular (KLINE, 1976, p.34).

Por se restringir às mudanças curriculares, a reforma realizada pelo MMM consistiu, basicamente, em se substituir conteúdos tradicionais por campos novos como o da Álgebra abstrata, da Topologia, da Lógica simbólica e da Álgebra de Boole (KLINE, 1976, p.35).

Para Nogueira (2007, p. 20), a Matemática a ser ensinada, segundo o MMM “[...] era aquela concebida como lógica, compreendida a partir de estruturas, que conferiram um papel importante à linguagem matemática” e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a *linguagem da teoria dos conjuntos*. Seus defensores acreditavam que desta forma se estaria aproximando o saber ensinado e o saber da disciplina.

Para os integrantes do MMM, o fracasso do ensino da Matemática se devia ao fato de que, mesmo de forma inconsciente, os alunos tinham “[...] conhecimento do imenso fosso existente entre os conteúdos da escola e os avanços da disciplina e, por essa razão, se recusavam a aprender a matéria” (NOGUEIRA, 2007, p.20).

A “moderna matemática” apresentava alto nível de generalidade, elevado grau de abstração e maior rigor lógico. Podendo ser identificado com as estruturas e a axiomatização, ela surgiu com o desenvolvimento dos três ramos seguintes:

1. As extensões da noção de número e o aparecimento da álgebra abstrata
2. O nascimento das geometrias não euclidianas de Gauss, Lobachevsky e Bolyai, seguido mais tarde pelas axiomatizações da geometria de Euclides realizadas por Pasch, Peano e, sobretudo Hilbert (1899).
3. O desenvolvimento da lógica, com a publicação da famosa obra de Boole em 1854 e as contribuições, dentre outros, de Frege e Peano, para culminar no monumental tratado de Russell e Whitehead (MIORIM, 1998, p.110).

O estilo formalista de exposição matemática do qual o principal exemplo é a obra do grupo francês Bourbaki penetrou gradualmente no ensino da Matemática mesmo em níveis mais elementares.

O desenvolvimento dessa “moderna Matemática”, cada vez mais distantes da antiga concepção de Matemática como ciência da quantidade, culminou com os trabalhos de Nicolas Bourbaki (nome fictício, de um grupo de matemáticos, na maioria franceses) cujo objetivo central consistia na exposição de toda a Matemática de forma axiomática e unificada, em que as estruturas seriam os elementos unificadores (MIORIM, 1998, p.110).

O matemático francês J. Dieudonné, um dos co-autores com Piaget do livro *L'enseignement des mathématiques*, anteriormente mencionado foi um dos mais entusiastas defensores de um ensino de Matemática que abandonasse completamente os conteúdos da Matemática tradicional, inclusive a Geometria Euclidiana.

Já no século passado se considerava a passagem das matemáticas da escola secundária às das universidades como um salto a um mundo diferente. Com a introdução das matemáticas modernas, esse fosso tem aumentado muito [...] Recentemente, tem sido introduzidos nos últimos programas dos três anos da escola secundária superior (das escolas francesas) os elementos de cálculo diferencial e integral, da álgebra vetorial e de geometria analítica, mas esses temas são sempre relegados a um segundo plano, e o interesse se concentra em primeiro lugar na geometria pura ensinada, mais ou menos, à maneira de Euclides, com um pouco de álgebra e de teoria de números. Eu estou convencido que o tempo deste “trabalho remediado” já passou e que deveríamos pensar em uma reforma mais profunda, a menos que se deixe piorar a situação até o ponto de comprometer seriamente cada progresso científico ulterior. Se eu quiser resumir em uma frase todo o programa que tenho em mente, tenho de pronunciar o slogan: Abaixo Euclides! (DIEUDONNÉ, apud MIORIM, 1998, p.109).

Os novos conteúdos eram conjuntos, números, probabilidades, estatística e lógica. Além disso, as concepções modernas invadiram o ensino da Álgebra: operações e sistemas operacionais, conjuntos, relações e aplicações, estruturas e isomorfismos, estrutura de espaço vetorial, etc. A Geometria foi algebrizada, com a introdução da Geometria afim (Nogueira, 2006).

Piaget, em diversas ocasiões demonstrou interesse pelas transformações em curso no ensino da Matemática, embora considerasse que apenas a mudança curricular não se converteria em mudanças substanciais:

Com referência, por exemplo, ao ensino da Matemática Moderna, que constitui progresso verdadeiramente extraordinário em relação aos métodos tradicionais, a experiência é com frequência prejudicada pelo fato de que, embora seja “moderno” o conteúdo a ser ensinado, a maneira de o apresentar permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de co-

nhcimentos, mesmo que se tente adotar (e bastante precocemente, do ponto de vista dos alunos) uma forma axiomática (Piaget, 1973, p.19).

Do exposto acima, pode-se inferir que o mestre genebrino demonstrava preocupação com a metodologia (ou ausência dela) utilizada quando da apresentação dos conteúdos propostos pelo MMM e continua:

Muito se pode esperar, portanto, da colaboração entre psicólogos e matemáticos para a elaboração de um ensino “moderno” e não tradicional da matemática do mesmo nome e que consistiria em falar à criança na sua linguagem antes de lhe impor outra já pronta e por demais abstrata, e sobretudo levar a criança a reinventar aquilo de que é capaz, ao invés de se limitar a ouvir e repetir (Piaget, 1973, p.19-20).

Talvez tenham sido essas as razões que levou Piaget a participar, juntamente com o lógico matemático Beth, os matemáticos Dieudonné, Choquet e Linchnerowicz e o pedagogo Gategnno da criação da *Comissão Internacional para o estudo e melhoria do ensino de Matemática*. Esta comissão foi criada quando:

[...] seus membros fundadores se deram conta de que o trabalho que cada um realizava espontaneamente para melhorar o ensino das matemáticas poderia ser mais eficaz se estivessem coordenados entre si. De fato, a Comissão é formada por aqueles que, em todo mundo, se entregam habitualmente ao trabalho psicológico, metodológico e prático indispensável ao conjunto de reformas que melhorará o ensino das matemáticas (Piaget et al, 1968, p. XI).

Esta Comissão tinha por objetivo tomar todas as iniciativas que, no campo da ação e do estudo, levassem a uma melhor compreensão dos problemas apresentados pelo ensino de Matemática buscando sua melhoria em todos os níveis de ensino. Isto porque seus fundadores acreditavam que na década de 1950, já existia um grupo de “[...] investigadores competentes nos domínios dos fundamentos, da lógica, da epistemologia, da história, da psicologia do pensamento e da psicologia experimental” (Piaget et al, 1968, p. XII).

A intenção da Comissão era sintetizar as contribuições de todas essas áreas para o ensino da Matemática e o fato de congregarem pesquisadores de diferentes países não constituía nenhum entrave, pois:

O problema do ensino da Matemática se apresenta hoje em termos que ultrapassam as fronteiras. As diferenças devidas às culturas são menos importantes que as semelhanças que emanam das estruturas e do pensamento matemático. Por isso é possível constituir equipes internacionais de pesquisadores que tenham os mesmos interesses, e organizar reuniões regulares para que os resultados das investigações sejam coordenados e preparados para sua difusão. Fixados os temas de estudo, se procurará encontrar as técnicas de coordenação dos conhecimentos oriundos das diferentes ciências, geralmente sem conexão entre si, do mesmo modo que aquelas que permitam a cooperação entre os membros dos diversos níveis de ensino cujas preocupações habituais são muito diferentes (Piaget et al, 1968, p. XII).

De 1950 a 1955 a Comissão realizou oito seminários internacionais, com duração entre seis a quatorze dias, contando com participação de professores de Matemática e, dependendo do caso, lógicos, psicólogos e historiadores, com os seguintes temas:

- Abril de 1950 (Inglaterra) – Relações entre o programa matemático das escolas secundárias e o desenvolvimento das capacidades intelectuais do adolescente;
- Abril de 1951 (Bélgica) – O ensino de geometria nas primeiras séries das escolas secundárias;
- Agosto de 1951 (Suíça) – O programa funcional: da escola maternal à Universidade;
- Abril de 1952 (França) – Estruturas matemáticas e estruturas mentais;

- Abril de 1953 (Luxemburgo) – As relações entre o ensino da matemática e as necessidades da ciência e da técnica moderna;
- Julho de 1953 (Alemanha) - As relações entre o pensamento dos alunos e o ensino de Matemática;
- Agosto de 1954 (Holanda) – A Matemática moderna na escola;
- Abril de 1955 (Itália) – O aluno frente à Matemática. Uma pedagogia que liberta.

Observa-se claramente a preocupação com o currículo, em consonância com o Movimento da Matemática Moderna, entretanto, a preocupação com o aspecto cognitivo também se destaca.

Um dos resultados práticos do trabalho desta Comissão foi o livro *La enseñanza de las matemáticas*, no qual, no primeiro capítulo intitulado *As estruturas matemáticas e as estruturas operatórias da inteligência*, Piaget assim se posiciona acerca do ensino da Matemática: “[...] se o edifício das matemáticas repousa sobre estruturas, que correspondem, por outro lado, às estruturas da inteligência é necessário basear a didática matemática na organização progressiva dessas estruturas operatórias” (Piaget et al, 1968, p.27).

E, considerando que, para ele, a Matemática Moderna adotava bastante precocemente, do ponto de vista dos alunos, uma forma axiomática rebatida por críticas de matemáticos de que a pedagogia ativa, baseada na ação e na experiência das crianças comprometeria o desenvolvimento do pensamento dedutivo:

[...] não se trata para o educador de escolher entre os métodos formalistas fundados na Lógica e os métodos ativos sustentados na Psicologia: o objetivo do ensino das matemáticas será sempre alcançar o rigor lógico e mesmo a compreensão de um formalismo suficiente, entretanto, somente a Psicologia possui condições de proporcionar aos peda-

gogos dados sobre a maneira de conseguir com maior segurança este rigor e este formalismo. Porém, nada demonstra que colocando o formalismo no princípio, o encontraremos no final sob suas espécies autênticas, e os estragos de um pseudo formalismo ou um formalismo puramente verbal demasiadamente precoce mostram, pelo contrário, os perigos de um método que ignora as leis de desenvolvimento mental (Piaget et al, 1968, p. 27).

No livro *Psicologia e Pedagogia*, publicado em 1965, analisando os problemas do ensino em todas as áreas, em comparação a um estudo anteriormente por ele realizado em 1935, Piaget considera que:

[...] alguns ramos particulares do ensino sofreram reexames de seus programas de seus programas e da sua didática sob o crivo de três causas, às vezes convergentes e às vezes independentes. A primeira dessas razões é a evolução interna das disciplinas estudadas [...]. A segunda razão é o aparecimento de novos procedimentos didáticos [...]. A terceira razão é o recurso, ainda que modesto mas por vezes efetivo, aos dados da psicologia da criança e do adolescente (Piaget, 1998, p.50).

E destaca o ensino da Matemática, como exemplo daqueles que avançaram:

- 1) [...] as matemáticas, por exemplo, passaram por uma transformação extremamente profunda a partir de alguns anos, e a tal ponto que sua linguagem se modificou (*teoria dos Conjuntos – Estruturalismo Bourbakí*); é, portanto, normal que se procure adaptar os alunos, desde as primeiras classes, a um mundo novo de conceitos que de outra maneira, lhes permaneceriam para sempre estranhos;
- 2) Os objetivos do cálculo, por exemplo, propiciaram a utilização de novos materiais concretos (Piaget, 1998, p.50, 51).

O entusiasmo de Piaget pelo estruturalismo bourbakiano, expresso em diversos trabalhos; o estabelecimento pela Epistemologia Genética de um isomorfismo entre as estruturas elementares da Matemática e as da inteligência, aliados ao fato de que o mestre genebrino buscou fundar na Lógica a Psicologia Genética, parecem ter motivado a falsa ideia de que os currículos propostos pe-

la Matemática Moderna reproduziriam o desenvolvimento da inteligência descrito pela teoria piagetiana.

Pelo fato dos promotores da reforma do ensino subsequente ao MMM apoiarem-se frequentemente em citações de Piaget para justificarem tal reforma, a Associação Francesa dos Pesquisadores em Didática (AFCED) realizou uma entrevista com Piaget, na qual, entre outros pontos importantes, ele se mostrou, por exemplo, contrário ao trabalho com a teoria dos conjuntos desde a mais tenra idade, demonstrando que a reforma pretendida pelo MMM não se justificava, nos pressupostos piagetianos, apesar das inúmeras citações verdadeiras de Piaget. Assim, a AFCED solicitou a entrevista por entender que “[...] numa obra tão rica como a de Piaget, é possível isolar fórmulas separadas do seu contexto e fazer disso toda uma doutrina” (PARRAT; TRYPHON, 1998, p.223).

O Ensino de Matemática e a difusão da teoria piagetiana no Brasil

Nogueira (2007, p.23) analisando o MMM no Brasil, considera que, “[...] assim como nos demais países do mundo, o maior mérito do Movimento da Matemática Moderna foi motivar o debate em torno do ensino de Matemática”. Foram criados em nosso país diversos grupos formados por professores de Matemática que se reuniam, durante as férias, para discutir o ensino desta disciplina. A modificação dos programas e a publicação de inúmeros livros didáticos seguindo a orientação do MMM, proporcionaram, efetivamente, uma modernização do ensino de Matemática em nosso país.

A partir de 1961, alteram-se os programas de Matemática do ensino do 1º grau. Por um lado, temos a liberdade permitida pela Lei de Diretrizes e Bases; por outro, começam a chegar ao Brasil as propostas do chamado movimento da Matemática Moderna, com suas propostas radicais de revisão do ensino da matéria. Temos assim um movimento em direção à diversidade, com as várias Secretarias instituindo grupos específicos para estudos de currículos (laboratórios de currículos, por

exemplo) e ao mesmo tempo um ponto de abstração muito forte para o qual se direcionavam essas mudanças, a Matemática Moderna (CARVALHO, 2000, p.101).

Apesar de que a teoria piagetiana já havia sido introduzida no Brasil, pelo movimento escolanovista, o ambiente estava propício para a difusão das ideias piagetianas entre os professores de Matemática. O pressuposto piagetiano de que “conhecer é agir sobre os objetos”, por exemplo, fez com que a sala de aula de Matemática fosse invadida por uma profusão de materiais didáticos manipuláveis (os chamados “materiais concretos”), alguns de eficiência duvidosa, muitos outros, porém, que realmente contribuem para o aprendizado da Matemática.

A constatação de que o conhecimento é construído pela criança mediante a ação motivou uma busca intensa por estratégias de ensino nas quais a participação do aluno é mais presente, tornando-o sujeito de sua aprendizagem.

Porém, nenhuma afirmação piagetiana causou tanto “alvoroço” entre os educadores quanto a de que “*não é suficiente a criança saber contar verbalmente para que esteja de posse do número*” explicitada no livro *A gênese do número na criança*, de Jean Piaget e Alina Szeminska e, em consequência, o aspecto do ensino da Matemática mais analisado à luz da teoria piagetiana foi o “ensino” do número.

Como os textos de Piaget, em geral, são de leitura complexa, os resultados de suas pesquisas costumam alcançar os professores da Educação Infantil e Ensino Fundamental pela produção de comentadores ou pesquisadores que se fundamentam na epistemologia genética piagetiana.

Constance Kamii é a escritora piagetiana que mais influenciou e ainda influencia os professores da Educação Infantil e do Ensino Fundamental bra-

sileiro e de toda a América Latina. Uma prova contundente deste fato é que o livro *A criança e o número* pesquisado para este trabalho foi publicado em 1990 é da 25ª edição.

Seu livro possui dois méritos indiscutíveis: o primeiro é, sem dúvida, o fato de que a partir do *A criança e o número*, os professores passam a acreditar que não é possível se ensinar número. O outro é o de trazer para discussão, dentro do ensino da Matemática, questões de natureza geral da educação piagetiana, como por exemplo, a que se refere ao objetivo geral da educação como sendo o de formar indivíduos autônomos.

De acordo com Nogueira (2007), este último aspecto reveste-se da maior importância aos professores de Matemática, para quem, a possibilidade da Matemática promover, ou apenas colaborar com, o desenvolvimento da autonomia é algo que jamais imaginaram ser possível, face às peculiaridades da disciplina, com seus conteúdos áridos, aparentemente hierarquicamente cumulativos e exatos, que parecem não proporcionar as discussões de temas sociais.

No livro *Jogos em Grupo na educação infantil: implicações da teoria de Piaget*, em parceria com Rheta Devries, Kamii apresenta relatos de experiências com diferentes jogos, numa visão que redimensiona a importância dos jogos em grupo para o desenvolvimento da criança. Segundo Piaget (1979 apud KAMII, 1991), o trabalho com confronto de pontos de vista é indispensável, desde a infância, para a elaboração do pensamento lógico. Para Kamii (1991) o objetivo deste livro é mostrar o que as crianças podem aprender com os jogos e como o professor pode intervir de modo a maximizar a aprendizagem.

A principal contribuição de Kamii, todavia, é ter transposto para a prática escolar a tese epistemológica de Piaget, de que o pensamento matemático é o produto da atividade do sujeito. Kamii enfatiza a importância de se com-

preender o processo percorrido pela criança nas atividades a serem desenvolvidas, colocando o erro como parte do processo. A importância dos erros não é negligenciada, visto que um erro corrigido é frequentemente mais instrutivo que um sucesso imediato.

Atualmente, os resultados de Kamii, particularmente no que se refere à conquista da autonomia e na utilização de jogos no ensino da Matemática, estão sendo aprofundados e complementados com no LPG: Laboratório de Psicologia Genética da Faculdade de Educação - UNICAMP / EDUMAT, mediante o trabalho das pesquisadoras: Orly Zucatto Mantovani de Assis; Lia Leme Zaia; Marta Rabioglio, Carmen Campoy Scriptorio; Adriana Corder Molinari; Mara Fernandes Alves Ortiz; Sonia Bessa. Além de pesquisas próprias, essas estudiosas realizam um trabalho conjunto com Constance Kamii, inclusive trazendo e publicando textos inéditos da pesquisadora.

Não se pode deixar de mencionar a pesquisadora argentina Delia Lerner, que, assim como Kamii, ainda traz à discussão, a questão do “erro”, não como uma resposta totalmente errada, mas como um caminho para se descobrir a verdade, como preconizava Piaget. Lerner também pesquisou em conjunto com Sadovsky, como as crianças tinham acesso ao sistema de numeração, utilizando o método clínico de Piaget.

No Brasil, Terezinha Nunes⁷ foi uma das divulgadoras da teoria de Piaget por meio de seu livro: *Aprender Pensando* que surgiu com o projeto: *Aprender Pensando*, composto por um grupo de pesquisadores do SOPV (Serviço de Orientação Pedagógica e Vocacional) da Universidade Federal de Pernambuco com a finalidade de contribuir para a atualização de professores e pais

⁷ Terezinha Nunes PhD em Psicologia pela City University of New York - psicóloga pela UFMG, professora de Psychology, Oxford Brookes University. Publicações: Na vida dez, Na escola zero: Aprender pensando; Crianças fazendo matemática; o Método Clínico Usando os Exames de Piaget; Dificuldades na aprendizagem da Leitura: Teoria e Prática, entre outras.

com relação a certos conhecimentos sobre o desenvolvimento da inteligência. Atualmente atuando como docente e pesquisadora na University of London, a autora vem atuando em conjunto com o professor e pesquisador Peter Bryant, da University of Oxford, Nunes e Bryant vem se constituindo em alguns dos principais estudiosos que se sustentam, basicamente, na teoria piagetiana, que mais influenciam os educadores matemáticos brasileiros, em particular os que investigam o ensino da matemática nos anos iniciais de escolarização.

Mais recente, a obra de Golbert⁸, composta por três volumes: *Jogos matemáticos: Athurma 1: quantifica e classifica; Jogos: Athurma 2: Matemática nas séries iniciais; Novos rumos da aprendizagem da matemática: conflito, reflexão e situações-problemas*. Essas obras foram elaboradas após 20 anos de estudos e pesquisas junto a crianças com problemas de aprendizagem, procurando desenvolver atividades interativas e colaborativas, que ajudassem a criar conflitos cognitivos. Com esses conflitos, as crianças e jovens deveriam ser capazes de propor novas formas de calcular e resolver situações-problemas. Essa obra partiu dos estudos da epistemologia genética formulada por Piaget, trazendo para o leitor a utilização dos métodos ativos e a importância de o ensino propiciar que o conhecimento seja reinventado pelo aluno ou, pelo menos, reconstruído e não transmitido.

A teoria piagetiana na Educação Matemática brasileira do século XXI

Neste século XXI, percebe-se, ao se analisar a produção científica na área de educação matemática⁹, que Piaget, estudado na fonte e mesmo Kamii, quase não são mais citados. Ainda aparecem, citações de Nunes e Bryant, parti-

⁸ Clarissa S. Golbert é professora do Departamento de Estudos Especializados da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

⁹ Em uma primeira aproximação ao estado da arte, consultamos os artigos da revista *Bolema*, especializada em Educação Matemática e os *Anais do SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*.

cularmente nas produções relativas à educação Infantil a anos iniciais de escolarização.

A teoria piagetiana se mantém presente, na Educação Matemática, mediante os estudos do francês Gérard Vergnaud, que mais do que fundamentar suas investigações na psicologia e epistemologia genéticas, estabelece uma teoria cognitivista que, quando considerada didaticamente se constitui em implicações pedagógicas da teoria piagetiana, e que se apresenta atualmente **como o principal avanço no ensino de Matemática na perspectiva piagetiana.**

A Teoria dos Campos Conceituais é classificada como uma teoria do desenvolvimento cognitivo, em que se adota o pressuposto piagetiano de que o conhecimento se adapta¹⁰ e se desenvolve em função das situações que o sujeito enfrenta ao longo dos anos escolares, incluindo a fase adulta, sendo reelaborado a cada a cada nova situação.

Para Vergnaud (2002) as investigações realizadas por Piaget e seus colaboradores produziram um arcabouço teórico exemplar, contribuindo sobremaneira com os pesquisadores da Didática em geral, porém, particularmente com os estudiosos da Didática da Matemática.

Nogueira (2013) discute a influência de Piaget na própria constituição da Didática da Matemática, cuja origem se deve à constatação de que é necessária a consideração das especificidades das diferentes áreas de conhecimento, ou seja, da “natureza” de cada conhecimento, quando se realiza o ensino de uma disciplina. As especificidades epistêmicas de diferentes campos do saber são objetos de estudo da Epistemologia Genética piagetiana.

¹⁰ Piaget, no livro *O nascimento da inteligência na criança*, publicado no Brasil em 1987, pela editora Guanabara, vai além e afirma que a própria inteligência é adaptação e, portanto, também se desenvolve.

Retornando a Vergnaud, este pesquisador considera que algumas noções teóricas da teoria piagetiana são essenciais para a compreensão dos fenômenos didáticos, a saber, as de invariante operatório, esquema, função simbólica, interacionismo, equilíbrio (VERGNAUD, 2002; 1981). Vergnaud as assume em sua Teoria dos Campos Conceituais, contudo, como o “cenário” de suas investigações é a sala de aula, o pesquisador reelaborou alguns desses conceitos.

Uma das noções piagetianas mais difundidas entre os professores de Matemática, é a de “conservação de quantidades”, principalmente em função das chamadas “provas piagetiana”, descritas principalmente no livro *A gênese do Número na Criança*. A primeira frase, do capítulo I deste livro (A conservação das quantidades contínuas) é: “Todo conhecimento, seja ele de ordem científica ou se origine do simples senso comum, supõe um sistema, explícito ou implícito, de princípios de conservação” (PIAGET e SZEMINSKA, 1981, p.23).

A conservação de quantidades é estabelecida mediante *os invariantes operatórios*, que são “[...] objetos de pensamentos estáveis sobre a ação do sujeito e sobre certas transformações físicas” (VERGNAUD, 1981, p.8).

Vergnaud (2000, p.157) chama de *esquema* “à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações” e podem ser mobilizados por crianças de faixas etárias distintas mediante a mesma situação. Um exemplo deste fato é que se forem entregues para duas crianças, uma de cinco e outra de sete anos, seis feijões e depois mais sete, solicitando-lhes o total de feijões, a criança de cinco anos iniciará a contagem desde o começo e contará um a um os feijões. Já uma criança de sete não retomará o todo, ela irá resumir a primeira informação seis e fará uma sobrecontagem. Outros exemplos canônicos de es-

quematos matemáticos são os algoritmos - da adição, subtração, divisão, multiplicação, resolução de um sistema de equações.

Considerando esquema como uma “organização invariante da conduta para uma dada classe de situações”, Nogueira (2013, p. 294), citando Vergnaud (2009), transpõe esta noção para a sala de aula e afirma que aprender “[...] é construir conhecimentos e o conhecimento, segundo a teoria piagetiana é um processo de adaptação. Mas, adaptação a que? E como isto ocorre? Adaptamo-nos às situações, mediante a evolução da organização de nossas atividades”.

Outro pressuposto essencial da teoria piagetiana em relação à construção do conhecimento é de que esta construção ocorre mediante a “interação entre o sujeito e o objeto”. Vergnaud (2003, p.38), atribui tamanha importância ao conceito de esquemas que, para ele, a construção do conhecimento se efetiva por “[...] uma interação entre esquema e situação”.

Resumindo, a construção dos conhecimentos depende essencialmente dos esquemas. A constituição de esquemas leva à construção de conceitos; a assimilação de esquemas, possibilitam a formação de juízos e julgamentos e, por fim, a coordenação de esquemas constituem o raciocínio.

Conforme estabelecido anteriormente, tanto os esquemas, como os invariantes operatórios, que são noções interligadas, estão intimamente relacionados às situações. Quando se pensa em sala de aula, essas situações são dependentes do conhecimento que se pretende ensinar, dos conceitos cujas construções se pretende promover. Nesse aspecto repousa a principal contribuição da TCC para a ação didática: a ideia de que os conceitos não são isolados. Eles se organizam em forma de redes, com extensas ramificações. Daí a se considerar não um conceito, mas um “campo conceitual”, que pode ser compreendido co-

mo o conjunto de diversas situações envolvendo conceitos, símbolos e propriedades interligados ao conceito que devem ser proporcionadas para serem resolvidas/vivenciadas/experimentadas pelos alunos no decorrer do processo escolar, visando a construção do conceito em questão.

Em uma aula, os símbolos numéricos, as representações algébricas, tabelas, gráficos, diagramas, desenhos, enfim, toda simbologia da linguagem matemática são amplamente utilizados pelo professor em sua comunicação com os alunos, razão pela qual a linguagem, os símbolos e a representação assumem papel de destaque na teoria de Vergnaud.

A importância da função simbólica e dos signos para a construção de um conceito, fato bastante explorado por Piaget, em especial em sua obra *Formação do Símbolo na Criança* é ressaltada por Vergnaud (1990) para quem a construção de um conceito depende de diversos outros conceitos, situações, símbolos, representações, propriedades, teoremas interligados. Assim, para o autor, um conceito não pode ser examinado e nem apreendido isoladamente; são necessárias diversas situações para compreendê-lo. E, igualmente, uma única situação pode estar ligada a diversos outros conceitos. Daí justifica-se a ideia de campo conceitual e da necessidade dos símbolos para a construção dos conceitos.

Como para Vergnaud a construção de um conceito pelo sujeito ocorre por meio da interação entre ele e uma diversidade de situações ligadas ao conceito, e experimentadas ao longo do processo escolar, a noção interacionismo, no sentido pensado por Piaget (a interação acontece no interior do sujeito) também foi adotada de modo intenso na Teoria dos Campos Conceituais.

No que se refere à equilibração, a TCC considera que, do ponto de vista psicológico, pode-se falar em “estados de equilíbrio”, “[...] quando a in-

trodução de elementos novos não altera um sistema de noções ou de operações. É o que em sala de aula consideramos como “consolidação do conhecimento” (NOGUEIRA, REZENDE, ZANQUETTA, 2016, p. 8).

De acordo com Nogueira, Rezende, Zanquetta (2016, p. 8), Vergnaud considera que:

[...] para o aluno construir um conceito é preciso que ele experimente diversas situações relacionadas ao referido campo conceitual, sendo necessário um longo período escolar, passando por momentos de equilíbrios e desequilíbrios, até que seus conhecimentos fiquem acomodados e aconteça a aprendizagem.

Ao serem confrontados com situações novas, os alunos recorrem aos seus conhecimentos prévios tentando adaptá-los a essas novas situações, o que, de acordo com Nogueira e Rezende (2014) seria o mesmo que passar de “[...] um estado de ‘menor conhecimento a um estado de maior conhecimento’”, objetivo central da epistemologia genética¹¹.

Como que sintetizando os aportes piagetianos, Vergnaud estabelece do ponto de vista psicológico a definição de conceito como sendo necessariamente definido por três conjuntos, representado por $C = (S, I, s)$, em que, S é o conjunto das situações (interação sujeito - objeto; equilibração) que dão sentido ao conceito; I é o conjunto dos invariantes operatórios (integram os esquemas) em que se baseia a operacionalidade dos esquemas e s é o conjunto das formas de linguagem (função simbólica) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações, os processos de tratamento (NOGUEIRA, REZENDE, ZANQUETTA, 2016, p.8).

Mas, não seriam apenas as noções da teoria piagetiana de invariante operatório, esquema, função simbólica, interacionismo e equilíbrio que são assumidas por Vergnaud. A metodologia de pesquisa adotada por Piaget e seus colaboradores também é fundamental para a compreensão dos fenômenos didá-

¹¹ Ver prólogo de autoria de Emília Ferrero e Rolando Garcia, do livro de Jean Piaget, *Introducción a La epistemologia genética: El pensamiento matemático*. Buenos Aires: PAIDOS, 1975.

ticos. O método clínico¹², tal como utilizado por Piaget e seus colaboradores se sustenta na proposição de questões que proporcionam aprendizagens aos alunos não conservantes, fazendo-os mudar suas convicções; ou fazendo-os interagir com crianças conservantes, interessando, portanto, à Didática (VERGNAUD, 1981).

De acordo com Vergnaud (1981), a experimentação didática em sala de aula é vizinha da abordagem clínica de Piaget, e ele sugere que a experimentação em sala ocorra como “[...] Piaget pensava suas provas, com a intenção de colocar em evidência um conflito ou pelo menos uma diferença entre a situação abordada e os meios cognitivos que dispõe o sujeito” (p.14).

Ele renovou profundamente a representação social do ato de aprender. Sobre o plano metodológico é importante notar que o autor se despoja do sentimento de evidência e de falsas intuições para interrogar sistematicamente os alunos, recolher suas respostas, tomá-las a sério na análise para compreender a lógica escondida (EICHLER, 2014, p.86).

Além do método clínico adotado por Piaget e seus colaboradores nas investigações realizadas pela Psicologia Genética e que, de acordo com Vergnaud (1981) favorece à Didática; Nogueira (2013) considera que também o método utilizado por Piaget e seus colaboradores nas investigações referentes à Epistemologia Genética tem implicações pedagógicas.

A autora, considerando que para Vergnaud (2003) o conhecimento se origina da interação entre esquema e situação e assim o maior desafio do professor em sala de aula é escolher/formular/elaborar situações suscetíveis de provocar a evolução adaptativa da atividade e dos conhecimentos dos alunos,

¹² De acordo com Piaget, na introdução do livro *Language and Thought of the child* (1926), “[...] o método clínico é a arte de perguntar: não se limita a observação superficial, mas visa a capturar o que está oculto por trás da aparência imediata das coisas” (BREARLEY, M., HITCHFIELD, E., 1976, p.14).

propõe a utilização dos mesmos métodos para a análise de um conhecimento na perspectiva da Epistemologia Genética piagetiana para resolver este desafio.

Dito de outra forma, Nogueira (2013), considerando que a análise de um conhecimento, segundo a perspectiva da epistemologia genética piagetiana envolve três métodos, a saber: **análise formal** (problemas de estrutura formal dos conhecimentos e validade desses sistemas); **análise psicogenética** (problemas de fato e não de validade formal referentes à caracterização dos estados de conhecimento em distintos níveis sucessivos e aos mecanismos de passagem entre um e outro) e o **método histórico-crítico** (reconstituição da história da ciência na análise dos processos que conduzem de um nível de conhecimento a outro) propõe a adoção desses três métodos na elaboração de situações. E justifica:

A **análise formal** permite ao professor identificar quais as principais dificuldades matemáticas de determinado conteúdo, suas relações com outros conceitos (filiações e rupturas), suas aplicações, etc. Aqui são os conhecimentos matemáticos do professor que subsidiam sua ação [...] Dito de outra forma, proceder a análise formal seria estabelecer o campo conceitual referente ao conteúdo a ser ensinado. [...] A **análise psicogenética** permite ao professor identificar o que pensam as crianças acerca de determinado conteúdo e enxergar este conteúdo a partir dessas concepções infantis. [...] Segundo Lerner (2001, p.284) é fundamental recorrer à psicogênese dos conhecimentos, porque “[...] para fazer a análise didática de algum aspecto específico de ensino [...] é imprescindível olhar as concepções das crianças sobre o saber e olhar o saber a partir das concepções das crianças” [...] É a **análise histórica** que permite identificar os problemas dos quais originaram um determinado conceito para reproduzi-los, pelo menos aproximadamente. Evidentemente, esta aproximação é relativa, isto é, as situações didáticas elaboradas não precisam ser muito semelhantes à situação original; seus efeitos é que devem ser semelhantes [...] Portanto, considerando-se a análise formal, a análise psicogenética e a análise histórica seria possível a proposição de situações-problema ou sequências de situações que favoreçam a construção dos conhecimentos matemáticos escolares (NOGUEIRA, 2013, p.298,299).

Desta forma, não apenas noções teóricas de Piaget, como os próprios métodos utilizados em suas investigações são essenciais ao ensino de Matemática.

Finalizando e sintetizando este breve estudo da Teoria dos Campos Conceituais, apresenta-se um exemplo do próprio Vergnaud, que permite a “visualização” das interligações entre os diferentes conceitos de um campo conceitual, quanto da abstração reflexionante na construção do conhecimento matemático.

Durante o I Simpósio Latino Americano de Didática da Matemática, realizado em Bonito (MS), na primeira semana do mês de novembro de 2016, Vergnaud apresentou a conferência *O lugar da Teoria dos Campos Conceituais na Pesquisa em Didática da Matemática*.

Vergnaud abordou a questão da forma operatória do conhecimento (o fazer) e a forma predicativa do conhecimento (o explicar, o dizer). Exemplificou considerando que no que se refere ao conhecimento operatório, é possível solicitar ao aluno que reproduza ou complete uma figura a partir de um modelo. Esta tarefa permite variações como figuras mais fáceis ou difíceis, suportes para esta construção, como papel quadriculado, régua, compasso, etc. Mas também pode-se propor ao aluno executar um desenho ou completar uma figura a partir de um texto descrevendo as propriedades de uma figura ou o cenário de construção. Neste caso, temos uma passagem de uma forma predicativa, em linguagem natural, para uma forma operatória. Mas pode-se também fazer o inverso: solicitar ao aluno que partindo de uma figura por ele construída com determinadas propriedades, gere uma descrição que será utilizada para a reprodução da mesma por um colega. Passa-se assim, da forma operatória para a

predicativa. Vergnaud destaca que essa dialética entre o fazer e o explicitar é extremamente importante.

Vergnaud ilustrou esta discussão com os slides a seguir:



Neste slide, eram apresentadas tarefas para alunos de faixas etárias diferentes, sobre simetria, destacando a forma operatória. No slide seguinte, discutindo a “passagem” do operatório ao predicativo, Vergnaud apresentou um slide com as seguintes afirmações:

1. A fortaleza é simétrica;
2. O triângulo $A'B'C'$ é simétrico ao triângulo ABC em relação à reta d ;
3. A simetria conserva as medidas de comprimento e os ângulos;
4. A simetria é uma isometria.

A análise deste último slide¹³, frase a frase, resume toda a passagem de um estado de menor conhecimento, a um de maior conhecimento – a abstra-

¹³ Esta análise foi realizada pela autora, em uma interpretação diferente do que foi abordado pelo conferencista.

ção reflexionante; confirma a relação dos conceitos em um Campo Conceitual e evidencia o longo período necessário à consolidação de um conhecimento.

A afirmação 1, seguramente é estabelecida após a realização da tarefa de completar o desenho da “fortaleza”, o que pode ser feito por crianças de seis anos, desde que saibam o que é “fortaleza” e apenas contando os quadradinhos e com a ideia de “espelho”. Neste caso, existe um objeto, a fortaleza, conhecido pelos alunos e que “recebe” uma qualidade: simétrica.

Na afirmação 2, o triângulo $A'B'C'$ para ser construído, necessitou de instrumentos como régua, esquadros, transferidores e compasso. Necessitou também, de conhecimentos prévios mais sofisticados, como “triângulo”; reta, medidas, ou seja, esta tarefa só pode ser realizada por estudantes mais velhos. Entretanto, o conceito simetria continua como atributo. O que se sofisticou foi o objeto.

Na afirmação 3, o conceito simetria muda de *status* e passa de objeto a “ferramenta”, ou seja, se compreende o que a simetria FAZ: conserva comprimentos e ângulos. Isto pode ser estabelecido em sequência à realização da tarefa dos triângulos.

Finalmente, na afirmação 4, a simetria se torna “OBJETO”, e aí, o conceito está estabelecido. Mas isto, apenas para alunos que já estudaram funções, o que evidencia o conhecimento em “rede”; em um Campo Conceitual.

A afirmação 4, ainda, pode ser caracterizada como o ponto de partida para a construção do conceito de isometria (enquanto função). Agora, o objeto constituído e conhecido dos alunos é a SIMETRIA e a ISOMETRIA é um atributo e o processo continua ad infinitum

A tarefa de completar a simetria permite uma reflexionamento do conceito fortaleza a um patamar superior. Em cada uma dessas etapas é possível se inferir a abstração reflexionante. Também é possível inferir a diversidade de situações e de representações que o “invariante” “preservar comprimentos e ângulos” na construção de figuras simétricas esteve presente, durante um longo período para que o conceito simetria fosse formalizado e consolidado.

A Teoria dos Campos Conceituais pode ser considerada como o *principal avanço da teoria piagetiana* no que se refere ao ensino da Matemática.

Pesquisas brasileiras sobre ensino de Matemática fundamentadas na teoria piagetiana: uma primeira aproximação

Conforme anunciado na Introdução deste artigo, a seguir são apresentados apenas os dados quantitativos das pesquisas realizadas na revista Schème (desde sua criação), na revista Bolema (a partir do ano de 2010); nos III, IV e V SIPEM e nos I, II, III e IV Colóquios.

Revista SCHÈME: Desde sua criação, em 2008, a Schème publicou 124 artigos e quatro resenhas. Destes, 13 se referem ao ensino de Matemática. Das quatro resenhas, uma delas trata de livro com dois capítulos destinados à Matemática.

Foram então considerados 15 trabalhos, assim distribuídos: nove se referem aos anos iniciais do Ensino Fundamental; um referente à segunda fase do Ensino Fundamental; dois referentes ao ensino de Matemática de maneira geral; um ao Ensino Médio, um no ensino superior e um considerando a segunda fase do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior, considerando a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Vergnaud também aparece em no artigo *A recepção diacrônica da obra de Jean Piaget na didática das ciências francófona*, de autoria de Marcelo Leandro EICHLER, mas o artigo sequer men-

ciona o ensino de Matemática e em mais um texto, especificamente sobre formação de professores.

Revista BOLEMA: No período 2010-2016 foram publicados 23 números da Revista Bolema, totalizando 375 artigos. Desses artigos, em uma busca pela palavra-chave Piaget, encontramos 20 artigos. Posteriormente foram lidos todos os resumos e as referências bibliográficas de cada um desses trabalhos, o que nos permitiu classificá-los da seguinte forma:

- Um se baseava em Dienes e apenas fazia referência a Piaget.
- Sete apenas apresentam citações esparsas de Piaget
- Sete fazem referência a Piaget, mas se sustentam em Vergnaud
- Dois se sustentam teoricamente em Piaget e Vergnaud
- Três se sustentam em Piaget: um discute a questão do erro e autonomia; um a abstração reflexionante e um, sobre educação estatística, se sustenta em Piaget e Inhelder

No mesmo período encontramos 16 artigos sustentados teoricamente em Vergnaud.

SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática: Principal evento de pesquisa da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. A SBEM se organiza em 15 grupos de trabalho, a saber:

- GT1: Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

- GT2: Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental
- GT3: Educação Matemática no Ensino Médio
- GT4: Educação Matemática no Ensino Superior
- GT5: História da Matemática e Cultura
- GT6: Educação Matemática: novas tecnologias e Educação à distância
- GT7: Formação de professores que ensinam Matemática
- GT8: Avaliação em Educação Matemática
- GT9: Processos cognitivos e linguísticos em Educação Matemática
- GT10: Modelagem Matemática
- GT11: Filosofia da Educação Matemática
- GT12: Ensino de Probabilidade e Estatística
- GT13: Diferença, Inclusão e Educação Matemática (criado em 2014)
- GT14: Didática da Matemática (criado em 2015)
- GT15: História da Educação Matemática (criado em 2016)

Para estabelecer esta análise quantitativa inicial foram lidos os resumos e as referências bibliográficas de todos os trabalhos apresentados nos SI-PEM, pois em seus Anais não existe a alternativa “pesquisa”.

No **IV SIPEM**, realizado em 2009, em Brasília (DF), eram doze os Grupos de Trabalho da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Foram aprovados para este SIPEM 198 trabalhos, sendo que apenas dois se sustentavam na teoria piagetiana - um sobre a escrita numérica de crianças surdas e um sobre geometria (GEOGEBRA) que se apoia em Garcia e Piaget. Seis faziam referência a Piaget por se sustentarem teoricamente em Vergnaud.

No **V SIPEM**, realizado em 2012, em Petrópolis (RJ), continuamos com a participação dos doze grupos de trabalho acima descritos e foram 152 trabalhos aprovados, sendo que não houve nenhuma referência a Piaget. Foram apenas três os trabalhos que se sustentaram teoricamente em Vergnaud.

No **VI SIPEM**, realizado em 2012, em Pirinópolis (GO), houve a participação de mais um GT, o GT13: Diferença, Inclusão e Educação Matemática. Neste SIPEM, foram 166 os trabalhos aprovados. Destes, apenas um que trata da construção e representação do espaço, se sustenta em Piaget e Inhelder. Oito trabalhos, apesar de se sustentarem teoricamente em Vergnaud, não mencionam Piaget.

Assim, no período compreendido entre 2009 a 2015, foram aprovados 516 trabalhos de investigação em Educação Matemática, sendo que apenas TRÊS se sustentam teoricamente em Piaget e 17 em Vergnaud.

Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas:

Para a apresentação dos resultados referentes aos I, II, III e IV Colóquios, foram considerados os ANAIS dos mesmos. Como alguns trabalhos poderiam estar em eixos diferentes do “Conhecimento Matemático”, foram analisados todos os títulos e os resumos dos que poderiam suscitar alguma dúvida. Nos quatro co-

lóquios realizados, foram aprovados 278 trabalhos, dos quais 42 se relacionam com a Matemática.

No **I Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologias genéticas** (2009), foram aprovados 47 trabalhos, sendo que oito deles se relacionam com a Matemática, sendo que três deles foram inscritos no eixo Conhecimento Matemático, dos quais dois abordam questões epistemológicas e um o letramento matemático de adultos; um foi inscrito no eixo Conhecimento Escolar (relações entre medida e geometria); um no eixo Aprendizagem e trata do ensino de Geometria e por fim, um foi inscrito no eixo Jogos e Brincadeiras.

O **II Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologias genéticas** (2011) contou aprovados 75 trabalhos, sendo que 10 deles se relacionam com a Matemática. Nove foram submetidos no eixo “Conhecimento Matemático” e um no eixo Jogos e Brincadeiras. Todos referentes ao ensino de Matemática. Dos nove trabalhos do Eixo Conhecimento Matemático, OITO da educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental e um do Ensino Médio. O trabalho referente aos jogos se reportava à segunda fase do Ensino Fundamental.

No **III Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas** foram aprovados 74 trabalhos, dos quais 11 envolviam a Matemática, assim distribuídos: dois no eixo “Aprendizagem” sendo um dos anos iniciais e um do ensino médio; OITO no eixo conhecimento matemático, dos quais, UM tratava especificamente do pensamento Matemático no sensório motor; dois se referem aos anos iniciais; dois à segunda fase do ensino fundamental; um em relação ao ensino médio e dois no ensino superior. UM trabalho apareceu no eixo JOGOS e se refere ao ensino de matemática na segunda fase do ensino fundamental.

IV Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas contou com aprovados 82 trabalhos, dos quais TREZE acerca da Matemática, sendo que sete são referentes aos anos iniciais; três se referem à construção e representação do espaço; um sobre estruturas lógico-matemáticas; um sobre a compreensão de infinito e um sobre a moral com licenciandos em Matemática.

Considerações possíveis

Dos dados iniciais da pesquisa em andamento, é possível inferir que a presença explícita de Piaget no ensino de Matemática está mais forte em estudos realizados por psicólogos e pedagogos do que por matemáticos. Neste último segmento, ela está implícita mediante as pesquisas que se sustentam na teoria dos Campos Conceituais.

Neste sentido, as investigações atualmente realizadas, conforme indicam esta pequena parte já pesquisada, infelizmente confirmam o estabelecido por Montoya e Ferreira (2009, p.26) de que são poucos os trabalhos de investigação na área da Matemática, apesar, como afirmam os autores, de “[...] que a teoria de Piaget tem contribuições inestimáveis para a investigação básica e aplicada sobre o desenvolvimento dessas noções”.

Mesmo os dados do artigo de Ramozzi-Chiarottino (2010), acerca da produção do Laboratório de Epistemologia Genética do Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, das mais de 60 dissertações e teses produzidas no âmbito deste laboratório, apenas nove tratam da Matemática e dessas, salvo melhor juízo, pois foram considerados apenas os títulos, somente duas considerariam a construção de conhecimentos matemáticos escolares.

Enfim, com Piaget uma etapa definitiva no que se refere à construção e transformação dos conhecimentos é ultrapassada. Ao responder sua principal questão, a de “como aumentam os conhecimentos”, demonstrando como evolu-

em as sucessivas organizações e estruturas, permitiu estabelecer o sujeito epistêmico como o sujeito de um conhecimento normativo. Com sua Psicologia genética, que trata da noção de noções constitutivas como espaço, tempo, causalidade, número, Piaget permite uma epistemologia que não seja meramente especulativa e se limite a discutir a natureza dos conhecimentos.

Para Brun (2000), ao ocupar-se da epistemologia da Matemática Piaget foi, evidentemente arrastado para o campo pedagógico, ao qual juntou seus escritos epistemológicos algumas considerações e recomendações destinadas ao ensino; mas não há nenhum trabalho de Piaget que se apresente como um trabalho científico sobre o ensino. Entretanto, existe uma afirmação piagetiana que é fundamental para toda atividade referente ao ensino: a necessidade de um ponto de partida epistemológico para as questões do ensino.

Considerando-se a proximidade das preocupações das transformações dos conhecimentos num sujeito e num aluno, mas considerando-se que a natureza dos projetos e objetos da psicologia e da didática são diferentes, cabe à Didática da Matemática adaptar a questão central de Piaget e procurar responder “como se processa a transformação dos conhecimentos matemáticos”, particularmente do que se refere à parte da aprendizagem estrita, dos fenômenos de transmissão cultural, destes conhecimentos, por intermédio da escola, mas que, conforme estabelecido anteriormente, se considere a necessidade de um ponto de partida epistemológico para as questões do ensino.

Referências

- BRUN, J. (Org.) Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 2000.
- CARVALHO, J. B. P. As propostas curriculares de matemática. In: BARRETO, E. S. S. (Org). Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras. 2ed. Campinas, S.P: Autores Associados; São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 2000.
- Ramozzi-Chiarottino, Z. Análise Crítica de um artigo da revista Schème sobre os estudos da obra de Jean Piaget no Brasil. Schème. Vol.3; n.5. Unesp, 2010. p. 6;27.
- EICHLER, L. M.. A recepção diacrônica da obra de Piaget na didática das ciências francófona. Schème. Vol.6, n.2. Unesp, 2014. p. 68-92.
- Kamii, C.; DeVries, R.. Jogos em grupo na educação infantil: implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.
- KLIN, M.. O fracasso da matemática moderna. São Paulo: IBRASA, 1976.
- MIORIM, M. A.. Introdução à história da educação matemática. São Paulo: Atual, 1998.
- MONTOYA, A. O. D.; FERREIRA, R.R.. Situação atual dos grupos de pesquisa no Brasil que estudam a obra de Piaget. Schème. Vol.2, n.4. Unesp, 2009. p. 8-34
- NOGUEIRA, C. M. I.. Classificação, seriação e contagem no ensino do número: um estudo de Epistemologia Genética. Marília, SP: Oficina Universitária Unesp, 2007.
- NOGUEIRA, C. M. I.. A Formação de Professores que Ensinam Matemática e os Conteúdos Escolares: Uma Reflexão Sustentada na Epistemologia Genética. Schème. Vol.5 – Edição Especial, Unesp, Set/2013.
- NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V.; ZANQUETTA, M. E. M. T.. Esquemas de contagem de alunos surdos sob a ótica da teoria dos campos conceituais: implicações da teoria piagetiana para a sala de aula. Anais do IV Colóquio de Epistemologia e Psicologia Genéticas: teoria e prática na construção do conhecimento. Marília: Unesp, 2016.
- NOGUEIRA, C. M. I., REZENDE, V. A Teoria dos Campos Conceituais no Ensino de Números Irracionais: Implicações da Teoria Piagetiana no Ensino de Matemática. Schème. V.6, n.1, Unesp, 2014.
- PARRAT, S.; TRYPHON, A.. Uma hora com Piaget (a propósito do ensino da matemática) (1976). In: PIAGET, J. Sobre a Pedagogia: textos inéditos. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIAGET, J., SZEMINSKA, A. A gênese do número na criança. 3ed. Rio de Janeiro: Zahar (1981).

PIAGET, J.. et al. La enseñanza de las matemáticas. 3ed. Madrid: Aguillar, 1968.

PIAGET, J.. Para onde vai a educação? Rio de Janeiro: Livraria José Olympio, 1973.

PIAGET, J.. Psicologia e Pedagogia. Rio de Janeiro: Forense, 1998.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In. BITTAR, M.; MUNIZ, C.A. (Orgs.) A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais. Curitiba: CRV, 2009.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In. Por que ainda há quem não aprende? Org. GROSSI, Esther Pillar. 2ª edição. Editora Vozes, Petrópolis, 2003.

VERGNAUD, G. Piaget visité par la didactique. *Intellectica*, v.33, p.107-123, 2002.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In BRUN, J. (Org.) Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 2000.

VERGNAUD, G. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. *JMB*, V17, N2, pp.167-181, 1998.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*. n. 4, p. 9-19. Porto Alegre, 1996.

VERGNAUD, G. Jean Piaget, quels enseignements pour la didactique? *Revue Française de Pédagogie* (Paris), v. 57, p. 7-14, 1981.