

Uma Abordagem sobre Abstração Reflexionante no Processo de Inversão das Operações Aritméticas

Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais¹

Léa da Cruz Fagundes²

Laurete Zanol Sauer³

Vanessa da Silva Chaves de Moraes⁴

Resumo

Este artigo descreve e apresenta resultados de uma pesquisa realizada com o objetivo de compreender a inversão das operações aritméticas, a partir do ponto de vista da abstração reflexionante, mediante a aplicação do método clínico piagetiano. Para a sua realização foi aplicada a prova "A Inversão das Operações Aritméticas", apresentada por Piaget, para verificar o nível de abstração reflexionante dos sujeitos. De acordo com os resultados obtidos, pode-se concluir que, dos três sujeitos analisados, um encontra-se no nível IB (concentra-se apenas no conteúdo, sem relacionar as formas de ações, perfazendo apenas abstrações empíricas), enquanto os outros dois sujeitos, no nível III, conseguem refletir sobre o caminho percorrido de n a n' conseguindo reencontrar n , a partir das reflexões sobre suas coordenações de ações. Portanto, ao realizar a comparação geral entre as três provas, percebeu-se que os sujeitos do nível III adquirem a noção de número, por abstração refletida, considerando o processo do caminho percorrido, da ordenação e da inversão das operações.

Palavras Chave: Aprendizagem; Operações Inversas; Educação Matemática; Reversibilidade; Provas Piagetianas.

An Approach on reflective abstraction in the inversion process of Arithmetic Operations

Abstract

This article describes and presents results of a survey conducted in order to understand the inversion of arithmetic operations from the point of view of reflective abstraction, by applying the Piagetian clinical method. For its implementation was applied to test "Inversion of Arithmetic", presented by Piaget, to check the level of reflective abstraction of the subjects. According to the results, it can be concluded that the three subjects analyzed, one is in the IB level (focuses only on content, without relating the forms of actions, making only empirical abstractions), while the other two subject in level III, can reflect on the path from n to n' , getting rediscover n ,

¹ Professora da Universidade Federal do Pampa/UNIPAMPA. E-mail: denice.menegais@gmail.com

² Professora do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação/UFRGS. E-mail: leafagundes@gmail.com

³ Professora da Universidade de Caxias do Sul/UCS. E-mail: lzsauer2@gmail.com

⁴ Professora do Colégio Militar de Santa Maria. E-mail: vscvanessa@yahoo.com.br

from the reflections on their coordination of actions. Therefore, when performing the general comparison between the three tests, it was noticed that the subjects of level III acquire the notion of number, for reflected abstraction, considering the process of the path, sorting and reversing operations.

Keywords: Learning; Inverse operations; Mathematics Education; reversibility; Experiments.

Introdução

As operações aritméticas estão presentes nos mais diversos contextos e situações cotidianas da criança: nas brincadeiras, na divisão de um brinquedo, na compra de doces, entre outros. Essas pequenas situações que surgem no cotidiano são facilmente resolvidas por ela; no entanto, quando se depara com situações semelhantes na escola, “somente consegue com bastante lentidão assimilar as relações de inversão que caracterizam a adição e a subtração e, sobretudo, a multiplicação e a divisão, mesmo que frequentemente se trate apenas do dobro e da metade”. (PIAGET, 1977/1995, p.43)

A necessidade de quantificação para organizar o mundo requer conhecimentos numéricos, os quais devem ser construídos pelo sujeito. Eles intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando suas propriedades e relações.

Na prova "A Inversão das Operações Aritméticas", apresentada na seção 3 deste texto, A. Moreau (Piaget, 1977/1995, p. 43-58) descreve uma sequência de níveis nos quais é possível verificar o nível de desenvolvimento em que a criança se encontra nesse domínio. No primeiro dos níveis, IA, os comportamentos revelam a falta de diferenciação dos objetos manipulados. O segundo, IB, é caracterizado pelo sucesso das construções do cogumelo e do cubo e pelo início de uma diferenciação, por meio do reflexionamento das diferenças qualitativas (forma, tamanho, etc). Quando os sujeitos estão no nível IIA, compreendem a necessidade de reencontrar n (o número inicial que a criança pensou), a partir de n' (número terminal), sendo necessário proceder às operações inversas; no entanto, eles não percebem que é preciso conservar a ordem dos números ao invertê-los. Já no nível IIB, o sujeito compreende que há uma ordem necessária, sem antecipar dedutivamente a possibilidade de reencontrar n . Do ponto de vista

da abstração reflexionante, esse processo pode ser considerado complexo, pois “[...] para dar conta da formação das inversões operatórias, [o sujeito] necessita, ainda, no nível das operações “concretas”, de uma abstração pseudoempírica [...]” (PIAGET, 1977/1995, p. 52). No nível III, início do pensamento reflexivo, os sujeitos resolvem o problema da inversão das operações pela reconstituição dedutiva de n.

Este estudo tem como objetivo compreender a inversão das operações aritméticas, do ponto de vista da abstração reflexionante, mediante a aplicação do método clínico piagetiano, com a finalidade de compreender o conceito piagetiano dessa abstração.

Com esse propósito, apresenta-se, inicialmente, uma breve revisão da abstração reflexionante e do conhecimento lógico-matemático de acordo com a Epistemologia Genética, analisando a maneira pela qual os sujeitos constroem esse conhecimento mediante as provas aplicadas. Ao final deste estudo, apresenta-se uma análise dos resultados encontrados, à luz do método clínico piagetiano.

Abstração Reflexionante e o Conhecimento Lógico-Matemático

De acordo com a epistemologia genética, o conhecimento é construído a partir da interação entre sujeito e objeto, podendo ocorrer por meio de dois tipos de experiência: a física ou a lógico-matemática. A experiência física ou empírica consiste em retirar (abstrair) dos objetos, ou das ações em suas características materiais, qualidades que lhes são próprias, como cor, peso, volume, espessura, forma, etc. (PIAGET e GRÉCO, 1974). Pela experiência lógico-matemática ou abstração reflexionante, o sujeito “[...] retira informações das coordenações das ações, coordenações que ocorrem no universo endógeno e, portanto, não são observáveis; são “percebidas” somente pelo sujeito que as produz” (BECKER, 2012, p.52).

Como mencionado anteriormente, o conhecimento lógico-matemático é uma construção a partir das coordenações das ações, executadas pelo sujeito sobre os objetos, cuja construção possui mecanismo próprio: a abstração reflexionante. Diferente da empírica, que retira atributos dos observáveis, a abstração reflexionante “apóia-se sobre as coordenações das ações do sujeito, podendo estas coordenações, e o próprio

processo reflexionante, permanecer inconscientes, ou dar lugar a tomadas de consciência e conceituações variadas” (PIAGET, 1977/1995, p.274). Pode-se comparar essa situação observando um sujeito que, ao brincar com carrinhos, organiza-os em uma fileira e percebe que, ao contar, da direita para a esquerda ou da esquerda para direita, obtém sempre o mesmo resultado, o mesmo número que obteve anteriormente quando os contou no sentido inverso. De acordo com Piaget (1967/1973, p.350), “[...] é a ação de ordenar que os põe em fileira, é a ação de reunir que lhes confere uma soma enquanto totalidade lógica ou numérica, é a ação de estabelecer correspondência que lhes confere a possibilidade de equivalência numérica”.

Dessa forma, a abstração reflexionante pode ser observada em todos os estádios, desde o final do sensório-motor até o operatório formal, prosseguindo por toda a vida, comportando dois aspectos essenciais: o reflexionamento e a reflexão. O reflexionamento consiste em retirar qualidades das coordenações das ações prévias, ou seja, transferir, para um patamar superior, aquilo que foi retirado de um patamar inferior. Já a reflexão consiste em uma reconstrução ou reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi transferido do inferior. Assim, pode-se dizer que a abstração é reflexionante em dois sentidos complementares:

[...] Em primeiro lugar ela transporta a um plano superior o que colhe no patamar precedente (por exemplo, ao conceituar uma ação); e designaremos esta transferência ou esta projeção com o termo ‘reflexionamento’ (réfléchissement). Em segundo lugar, ela deve necessariamente reconstruir sobre o novo plano B o que foi colhido do plano de partida A, ou pôr em relação os elementos extraídos de A com os já situados em B; esta reorganização, exigida pelo processo de abstração reflexionante, será designada por ‘reflexão’ (réflexion). (PIAGET, 1977/1995, p.6)

Os dois aspectos inseparáveis da abstração reflexionante, o reflexionamento e a reflexão, produzem diferenças qualitativas, além de diferenças de grau. No nível de reflexionamento mais elementar, no final do sensório-motor e início do simbólico, o sujeito consegue representar ações por ele desenvolvidas; em um patamar superior, consegue reunir as representações em um todo coordenado; avançando para um nível ainda superior, o sujeito consegue estabelecer comparações e apropriar-se das estruturas formadas, ou seja, estando a ação total reconstituída, é comparada a outras, análogas ou diferentes, levando aos patamares sucessivos. A abstração reflexionante desdo-

bra-se em duas categorias: a pseudoempírica e a refletida. A pseudoempírica “[...] retira dos observáveis não suas características, como na abstração empírica, mas o que o sujeito colocou neles” (BECKER, 2012, p.36), à medida que compara, diferencia e integra o conhecimento às suas estruturas cognitivas. De acordo com Montangero e Naville (1998, p.92):

Trata-se, portanto, de uma experiência “lógico-matemática” que dá lugar a um novo saber por abstração reflexionante. Entretanto, e isso é próprio da abstração pseudoempírica, os objetos da realidade constituíram um suporte necessário às atividades do sujeito.

Para exemplificar esse tipo de abstração reflexionante recorre-se à prova “A Inversão das Operações Aritméticas”, descrita na seção 3. O sujeito manipula as peças do cogumelo e verifica que a montagem exige uma ordem necessária. A ordem introduzida no interior das partes do cogumelo não é propriedade desse objeto, e sim “propriedade” que o sujeito colocou nele, por abstração pseudo-empírica. No que se refere à abstração empírica, a leitura dos resultados é feita a partir de objetos, ou das ações em suas características materiais, enquanto que, na pseudoempírica, que é reflexionante, as propriedades são introduzidas nesses objetos pela atividade do sujeito.

Quando o sujeito toma consciência das coordenações das ações, ocorre a abstração refletida, ou seja, ele aplica esse conhecimento em situações análogas, generaliza e assimila novos conteúdos, não havendo mais momentaneamente, a necessidade de ação material sobre os objetos para compreendê-los. Para Piaget (1977/1995, p.6), “a abstração refletida ou de pensamento reflexivo pode ser observada nos níveis superiores, quando a reflexão é obra do pensamento e caracteriza-se por uma reflexão sobre reflexão”. Com isso, o sujeito opera formalmente, à medida que diferencia e integra o novo conhecimento em patamares superiores. Isso acontece, por exemplo, quando o sujeito operatório concreto se dá conta de que a operação $4 + 4 + 4 + 4$ é igual a 4×4 , ou ainda, ao tentar descobrir um número desconhecido, de que pode fazê-lo a partir das operações inversas.

Nesse sentido, uma operação não é apenas a interiorização das ações, mas a composição de ações reversíveis. Com a construção das “quantificações e a reversibilidade, viabiliza-se o conjunto das estruturas operatórias ‘concretas’ que, sendo lógico-

matemáticas, são extraídas das atividades do sujeito”. (BECKER, 2011, p.216). A operatividade consolida-se “somente quando o pensamento da criança torna-se reversível” (PIAGET, 1978, p.16), ou seja, quando ela é capaz de realizar uma ação e retornar à ação inicial, compreendendo o objeto em sua totalidade. A reversibilidade é a capacidade de ir e vir em pensamento; é com ela que surgem as primeiras operações concretas.

A partir dessas estruturas operatórias, tornam-se possíveis “reflexões sobre reflexões anteriores” (PIAGET, 1977/1995), ou seja, começa a elaboração do pensamento reflexivo. Essas estruturas estão organizadas em estádios do desenvolvimento que vão do sensório-motor ao operatório formal, como descrito pela epistemologia genética. No sensório-motor, o sujeito constrói esquemas de ação para assimilar, ou seja, agir sobre o meio, comportando a estrutura do objeto permanente, do espaço, das sucessões temporais e das relações causais. No pré-operatório, desenvolve as funções simbólicas, o que possibilita o aparecimento das representações mentais; no operatório concreto, a criança mostra a capacidade de seriar ou classificar objetos, bem como incluí-los numa série ou classe, agindo sobre objetos ou situações concretas. Nesse estágio, a criança desenvolve a capacidade de representar uma operação no sentido inverso de uma anterior, ou seja, torna-se capaz de reversibilidade, operando sobre dados da realidade, ainda dependente das ações sobre objetos. Por fim, no operatório formal, o sujeito não depende mais imediatamente da ação sobre objetos; consegue fazer abstrações reflexionantes, de tipo refletidas, formulando hipóteses; é capaz de pensamento hipotético-dedutivo ou lógico-matemático. Com isso, as estruturas cognitivas alcançam um nível de desenvolvimento inédito até o momento, formando a capacidade de raciocinar sobre hipóteses e ideias abstratas ou conteúdos formais.

A partir dessa breve revisão sobre a abstração reflexionante e o conhecimento lógico-matemático, passa-se à descrição e à análise das entrevistas realizadas.

Descrição e Análise da Aplicação das Provas

Para a realização deste estudo, as entrevistas foram gravadas e transcritas, e os depoimentos colhidos foram analisados com base na teoria piagetiana. A prova “A Inversão das Operações Aritméticas”, segundo pesquisa realizada por A. Moreau e

apresentada por Jean Piaget (1977/1995) pode sofrer variações de acordo com a idade dos sujeitos. Assim sendo, para os sujeitos de 7 a 8 anos, começa-se pela construção de um “cogumelo” composto por 7 pedaços de madeira de cores distintas e de tamanhos variados. A partir dos pedaços em desordem, pergunta-se à criança o que é possível fazer quando esses pedaços são organizados sobre uma haste. No nível 1A costuma-se ajudar a criança, pois se presume que ela não consegue encontrar o princípio da construção. Depois, o cogumelo é desmontado pela criança e os pedaços são organizados na ordem em que se desmontou. Em seguida, pergunta-se a ela sobre a nova ordem, de forma a comparar as ordens de construção e demolição.

Em seguida, passa-se à construção de um cubo, utilizando 8 pequenos cubos. Pede-se, novamente, que identifique a ordem e realize uma comparação entre a construção do cubo e a do cogumelo, o que pressupõe uma abstração refletida.

Após a aplicação das duas provas, aplica-se o problema do cálculo. Solicita-se às crianças (a partir dos 8-9 anos) que escrevam, em uma folha de papel, o número inicial n , sem mostrar ao experimentador. A seguir, solicita-se ao sujeito que adicione o número 3 ao valor escolhido e, depois, multiplique por 2 o resultado obtido, e acrescente 5, tendo como resultado o número $n' = 2(n+3)+5$. Após realizar as operações, o sujeito anuncia o resultado obtido ao experimentador. De acordo com Piaget (1977/1995, p.43), “[...] para reencontrar n a partir de n' , não basta inverter as operações: é preciso inverter a sua ordem”. Ao final, é solicitada a comparação entre as três provas a fim de desafiar os sujeitos a construir o conceito de reversibilidade das operações aritméticas.

Nesta pesquisa, a prova descrita acima foi aplicada a nove sujeitos, na faixa etária de 6 a 13 anos, com a finalidade de verificar se eles conseguiriam explicar o caminho percorrido para obter o valor inicial n . Foi necessário fazer algumas adequações em função da idade dos sujeitos entrevistados. No caso de sujeitos de até 7 anos, cuja notação das operações aritméticas ainda não estava construída, utilizaram-se pedaços quadrados de madeira para a manipulação e a aplicação da prova.

A seguir, são apresentadas a transcrição e a análise, respectivamente, das entrevistas realizadas com três sujeitos selecionados aleatoriamente, dentre todos os entrevistados, esperando ter três sujeitos em etapas diferentes, no que diz respeito aos estádios de desenvolvimento de acordo com Piaget. Entretanto, como é possível concluir na análise das respostas verificou-se que, dos três sujeitos analisados, um encontra-se no nível IB e os outros dois no nível III. A idade das crianças é registrada com o formato (anos de idade; meses) ao lado das iniciais do nome de cada uma.

Quadro1: Transcrição das entrevistas

Prova	EVE (6;8)
Cogumelo	- O que se pode construir com estas peças de madeira? - <i>A gente pode formar uma pirâmide.</i> Agora vou acrescentar mais duas peças às que você tem. Por que você preferiu montar assim? - <i>Porque ficava a (peça) maior no lugar do mais "médio".</i> Importa, ou não importa, o tamanho das peças para você montar? - <i>Não importa.</i> Agora desmonte. Importou a ordem das peças para montar e desmontar? - <i>Eu montei um em cima do outro.</i> Como você fez para desmontar? - <i>Eu comecei por esta, depois por esta,...</i> (aponta para cada peça, em ordem crescente de tamanho). Há alguma coisa parecida na maneira de montar e desmontar? - <i>Uma coisa que não seja igual àquela forma. Eu observei que fica meio colorido.</i>
Cubo	- Monte um cubo. - (Não sabia o que era cubo). No formato de dado. Você presta atenção quando coloca as peças para formar o dado? - <i>Eu vejo onde é que eu vou botar antes de botar.</i> Quando você montou o cogumelo, o dado (cubo) observou alguma coisa parecida? - <i>Parece uma caixa de encomenda.</i> Quando você montou o cogumelo e quando você montou o dado, a maneira de montar foi a mesma? - <i>Não, porque cada um tem a sua forma.</i>
Jogo dos cálculos	- Coloque a quantidade de fichas que quiser em cima da mesa. Acrescenta mais três fichas. Acrescenta mais cinco. Você acredita que eu possa saber quantas fichas você colocou sobre a mesa na primeira vez? - <i>Não.</i> Diga quantas fichas há ao total. - <i>Dezoito.</i> Então você pegou 10 fichas. Eu acertei? - <i>Acertou.</i> Como será que eu acertei? - <i>Tu contou.</i> O valor total que você me disse me ajudou, a saber, quantas fichas havia preparado no início? - <i>Ajudou um pouco.</i>

A partir da entrevista realizada (Quadro1), percebe-se que EVE (6;8) representou o objeto "cogumelo" a partir de um substituto deste, uma "pirâmide" (Figura 1). Tem claramente consciência da ordem necessária para a construção, bem como da desmontagem do cogumelo. Quanto à demolição, as peças são colocadas em ordem à medida que se desmonta, mas não são observadas a ordem direta e inversa das ações. Isso indica "que ainda não há reversibilidade" (PIAGET, 1977/1995, p. 47), permane-

cendo no nível da reversibilidade incompleta. O mesmo acontece com o cubo e com as fichas (Figura 2), ou seja, “nem a inversão das operações, nem o conhecimento de n ” (PIAGET, 1977/1995, p.48), fizeram com que o sujeito compreendesse como reencontrar n . De acordo com Piaget (1977/1995), o sujeito encontra-se no nível IB, concentrando-se apenas no conteúdo, sem relacionar às formas de ações, caracterizando uma abstração empírica. Além disso, pode-se constatar uma abstração pseudoempírica, variedade da reflexionante, pois é mais fácil reconstituir o processo do que verbalizá-lo.



Figura 1- Peças do Cogumelo



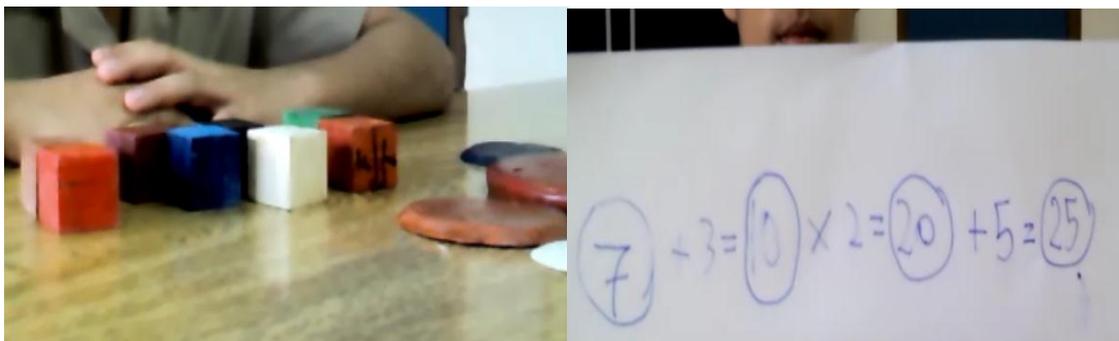
Figura 2 - Quadrados de madeira

Quadro 2: Transcrição das entrevistas

Prova	CAI (11;8)
Cogumelo	- Com cinco peças, monte um cogumelo. Por que você montou assim? – <i>Porque ele é arredondado e virado para cima.</i> O que foi preciso você pensar para montá-lo? – <i>De baixo para cima, do maior para o menor.</i> Importou ou não importou o tamanho das peças? – <i>Importou.</i> Como você faria para desmanchar o cogumelo? – <i>Empurrar...</i> (tirou peça por peça)! Por que você escolheu tirar peça por peça? <i>Para não fazer bagunça.</i>
Cubo	- Com estes dados, monte um cubo. – Um cubo? Um “grande dado”. Você observou em qual lugar colocar cada peça? – <i>Não.</i> Como você fez para desmontá-lo? – <i>Tirei as peças duas a duas da parte superior e, nas peças de baixo, apenas as separei.</i> Você se preocupou em qual peça retirar primeiro? – <i>Se eu pegasse as de baixo, ia cair tudo.</i> Qual relação você pode obter ao montar e desmontar o cogumelo e o cubo? – <i>De tamanho.</i> Há alguma coisa parecida na maneira de montar e desmontar? – <i>Não.</i> (Cogumelo) <i>Do maior para o menor.</i> (Cubo) <i>Aqui tanto faz, pois são do mesmo tamanho.</i>
Jogo dos cálculos	- Vamos jogar o Jogo dos Cálculos! Pense em um número, registre-o e circule-o. Agora some 3 a este número. Dobre o resultado. Some mais cinco. Quanto deu o total? – <i>Vinte e cinco!</i> Você pensou no número “7”? – ... (Sorriso). Será que eu adivinhei? – <i>Você fez menos 5, dividiu por 2 e depois tirou 3.</i> Por que você acha que pensei assim. – <i>Fazer ao contrário. Todas as contas, de trás para frente.</i> O que você acha que tem de relação entre as montagens do cogumelo, do cubo e do jogo dos cálculos? – (Cogumelo) <i>Do menor para o maior e</i>

depois eu volto, do menor para o maior. (Cubo) Não vi diferença. Só tirava ele (as peças) e são do mesmo tamanho.

CAI (11;8) (Quadro 2) inicia sua construção a partir das características do objeto (abstração empírica) e faz o mesmo com o cubo (Figura 3). No jogo dos cálculos, quando foi perguntado ao sujeito "Será que eu adivinhei?", claramente notou-se que ele já havia refletido sobre suas ações, ou seja, ações interiorizadas (organização lógico-dedutiva), passando para uma abstração refletida, nível III, sem a necessidade de reconstituições sucessivas. Descreveu, oralmente, as operações inversas e necessárias para encontrar n , assim como registrou, em um papel, sua ideia, expressa oralmente, como mostra na figura 4 (PIAGET, 1977/1995).



Quadro 3: Transcrição das entrevistas

Prova	ROB (12;11)
Cogu-gu-melo	- O que se pode construir com esses 7 pedaços de madeira? - <i>Uma pirâmide circular.</i> Por que você está montando desta maneira? - <i>Porque é a única coisa que eu pensei que pode ser construída com essas peças circulares.</i> O que você pensou para montar? - <i>Ir das maiores para as menores.</i> Pode-se construir mais alguma coisa com essas peças? - <i>Não sei.</i> Não pensou em mais nada? - <i>Não.</i> Desmonte. Por que você escolheu desmontar desta maneira? - <i>Porque foi a maneira mais rápida.</i> Para montar e para desmontar, você utilizou a mesma estratégia? - <i>Praticamente.</i> Por quê? - <i>Porque foi a maneira mais rápida que encontrei para montar e para desmontar.</i> Mas haveria outra maneira de desmontar? - <i>Sim.</i> Qual? - <i>Cada peça colocada para um lado.</i> Só haveria uma maneira de desmontar sem desmanchar toda a pirâmide? - <i>Não, pode tirar as primeiras, as menores.</i> Como "tirar as menores?" - <i>A pirâmide estaria montada e eu começaria das menores até as maiores, só que eu não fiz isso.</i> Só há esta maneira? - <i>Não.</i> Qual seria a outra? - <i>Simplesmente tirar uma parte e deixar elas de lado.</i> Sim, mas teria que começar sempre de cima para baixo ou teria outra maneira de desmontá-la completamente? <i>Não, pode começar de baixo para cima.</i> Há como começar de baixo para cima? - ... (Tenta). Tem certeza? - <i>Não.</i> Então, qual é a única maneira que há? - <i>Começar de cima para baixo.</i>

Cubo	- Construa um grande cubo, utilizando 8 pequenos cubos. - ... (Monta). Ao montar, você pensou em uma posição certa para cada peça? - <i>Não</i> . Como você pode desmanchar o cubo? - <i>Tirando as peças de cima para baixo</i> . Ao desmontar, você pensou qual peça retirar primeiro? - <i>Sim, as de cima</i> . Você poderia comparar a montagem e a desmontagem do cogumelo e a do cubo? - <i>Poderia</i> . De que maneira? - <i>Da forma em que o cubo e o cogumelo devem ser desmontados de cima para baixo, ou se não toda a estrutura será desmanchada</i> .
Jogo dos cálculos	- Pense em um número, registre-o no papel e circule-o. Adicione a este o número 3. Agora, dobre este valor. E, por fim adicione 5. Qual número obteve? - 37. Você pensou no número 13. - <i>Sim</i> . Como eu descobri o número que você pensou? - <i>Fazendo a forma inversa, ou seja, diminuindo 5 de 37 e dividindo o resultado por 2 e diminuindo 3 do resultado da divisão, que resultaria no número 13</i> . Qual relação existe entre essas três atividades? - <i>A matemática</i> . E com relação à atividade do cubo, do cogumelo e a do jogo dos cálculos? - <i>Sempre para obter um resultado diferente fazemos a forma inversa, no caso do cogumelo desmontava com a forma inversa, do cubo também e para descobrir o número que eu pensei deveria fazer a forma inversa</i> .

ROB (12;11) compara a construção do cogumelo (Figura 5) e do cubo (Figura 6) e, quando lhe é perguntado se poderia comparar a montagem e a desmontagem do cogumelo e a do cubo, respondeu que poderia. De que maneira? “Da forma em que o cubo e o cogumelo devem ser desmontados de cima para baixo, ou senão toda a estrutura será desmanchada”. Nesse nível, torna-se possível, por abstração refletida, encontrar n a partir de n' , quando o experimentador pergunta: Como será que eu descobri o número que você pensou? “Fazendo a forma inversa, ou seja, diminuindo 5 de 37 e dividindo o resultado por 2 e diminuindo 3 do resultado da divisão, que resultaria no número 13”. Ainda nesse nível, é fácil a comparação geral entre as três provas apresentadas ao sujeito, sendo esta explicitada de forma clara, por abstração refletida, “Sempre, para obter um resultado diferente, fazemos a forma inversa, no caso do cogumelo desmontava com a forma inversa, do cubo também e para descobrir o número que eu pensei deveria fazer a forma inversa”. No nível III, o sujeito explica de forma clara, a partir de uma reflexão de nível superior, assimilando as relações de inversão caracterizadas pelas operações (PIAGET, 1977/1995).



Figura 5: Peças do cogumelo



Figura 6: Peças do cubo

Essa pesquisa tem importância na compreensão da construção da reversibilidade operatória, indispensável para compreender as operações aritméticas e, portanto, para alertar quem ensina aritmética para crianças a respeito dos trajetos percorridos por ela e das reais dificuldades que encontra. Crianças de 11 e 12 anos que participaram do experimento apresentado mostram dificuldades que se presume que crianças de 7 e 8 anos não mais enfrentam. Daí a importância da pesquisa.

A partir das análises realizadas e tendo como suporte a transcrição das entrevistas, apresentam-se algumas considerações acerca das provas realizadas.

Considerações Finais

Os resultados obtidos neste estudo permitiram identificar o nível de desenvolvimento em que as crianças se encontram no que se refere à reversibilidade (réversibilité). Isso foi possível a partir da aplicação de prova operatória, mediante a aplicação do método clínico piagetiano.

As ações que precedem cada nova experimentação obedecem a uma sequência contínua de abstrações. A partir de sucessivas coordenações de ações, o sujeito infere a necessidade de uma ordem, sendo esta obtida por abstrações reflexionantes detectadas já no nível IB. No nível IA, o sujeito contenta-se apenas com quaisquer empilhamentos, sem realizar correspondência entre os tamanhos das peças. Tais ações, realizadas sobre o cogumelo, são consideradas qualitativas (não operatórias). São ainda não reversíveis.

Na construção do cubo maior, o sujeito no nível IB realiza movimentos sobre as peças de cubos menores sem refletir sobre suas ações, atento apenas ao conteúdo. Isso é notado quando é solicitado que EVE (6;8) compare as duas provas (cogumelo e cubo). Ela relata que o cogumelo “fica meio colorido” e o “cubo parece uma caixa de encomenda”, sem fazer ligação entre suas formas comuns. Com efeito, sobre a noção de ordem, nota-se que as respostas de EVE (6;8), nesse nível, confirmam que o sujeito pode retirar e colocar, mas não consegue comparar as duas ações, realizadas por abstração reflexionante.

Na terceira das provas, o jogo dos cálculos, o sujeito no nível III consegue refletir sobre o caminho percorrido de n a n' e sobre a importância de reencontrar n . Faz isso por reflexionamentos e reflexões, ou seja, por abstração reflexionante, chegando, inclusive, à abstração refletida. Isso não acontece no nível IB, pois o sujeito nesse nível necessita reconstituir suas ações a partir dos objetos, o que é bem mais simples do que tomar consciência das etapas sucessivas e das exigências do processo de abstração.

No nível III, quando o sujeito toma consciência da necessidade de reencontrar n a partir de n' , a abstração se dá pela análise do ponto de partida ao ponto de chegada, isto é, sobre uma sequência de ações; portanto, por abstração reflexionante do tipo refletida (PIAGET, 1977/1995). O sujeito do nível III toma consciência de que é possível reencontrar n a partir de n' invertendo as operações. Diz CAI (11;8), respondendo à pergunta do experimentador: Será que eu adivinhei? “Você fez menos 5, dividiu por 2 e depois tirou 3”. Há, portanto, ali, “um início de pensamento reflexivo que permite ao sujeito resolver inteiramente o problema (no que se refere ao caminho, a inversão das operações e aquela da ordem como tal) pela via exclusivamente dedutiva [...]” (PIAGET, 1977/1995, p. 56).

De acordo com os resultados obtidos nesta pesquisa, concluiu-se que, dos três sujeitos analisados, um encontra-se no nível IB e os outros dois no nível III. O primeiro sujeito analisado, EVE (6;8), encontra-se no nível IB, aquele em que o sujeito se concentra apenas no conteúdo, sem estabelecer relações entre as formas das ações, perfazendo apenas abstrações empíricas. Já CAI (11;8) e ROB (12;11) conseguem refletir

sobre o caminho percorrido de n a n' conseguindo reencontrar n , a partir das reflexões sobre suas coordenações de ações, o que caracteriza o nível III.

A partir da comparação geral entre as três provas, foi possível aferir que os sujeitos do nível III adquiriram a noção de número por abstração refletida, considerando o caminho percorrido, da ordenação e da inversão de operações. Porém, foi possível observar que crianças de 11 e 12 anos que participaram desse experimento apresentaram dificuldades que não eram esperadas para essa faixa etária. Esse fato reforça a importância desta pesquisa, para a compreensão do processo de construção da reversibilidade operatória pelas crianças estudantes de Matemática. De fato, ela indica ao professor de aritmética o caminho que a criança percorre para aprender esse conteúdo e as dificuldades que pode ter, alertando o professor para que encontre formas de ensinar que respeitem o processo observado.

Referências

- BECKER, F. Educação e construção do conhecimento. 2ª ed. Porto Alegre: Penso, 2012. 200 p.
- _____. Educação e construção do conhecimento. Porto Alegre. ArtMed, 2001. 152 p.
- _____. O caminho da aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire: da ação à operação. 2ª Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011. 296 p.
- _____. Epistemologia do professor de matemática. Petrópolis: Vozes, 2012. 496 p.
- KAMII, C.; DEVRIES, R. O conhecimento físico na educação pré-escolar - implicações da teoria de Piaget. Porto Alegre: ArtMed, 1991.
- MONTANGERO, Jacques; NAVILLE, Danielle Maurice. Piaget ou a inteligência em evolução. Porto Alegre: ArtMed, 1998. 242 p
- PIAGET, J.. [1977] Abstração Reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. 292 p.
- _____. [1967] Biologia e conhecimento. Petrópolis: Vozes, 1973.
- _____. Fazer e compreender. São Paulo: Melhoramentos; EDUSP, 1978. 186p.
- PIAGET, J.; GRÉCO, P. Aprendizagem e conhecimento. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974. 238 p.

Recebido em: 12/04/2015

Aceite em: 02/07/2015