

O Caráter Construtivo dos Cálculos Escritos nas Adições

Karen Hyelmager Gongora BARICCATTI¹
Rosely Palermo BRENELLI²

Resumo

Os procedimentos de cálculos, sejam escritos ou mentais, são vistos ainda, no espaço escolar, como conteúdos para serem observados e empiricamente retidos. Assim, a ênfase recai no ensino de “como fazer” para resolver as operações; ensinam-se as regras a serem memorizadas. Torna-se uma visão bastante reduzida da matemática concebendo-a como uma repetição de cálculos e fórmulas e a realização infundável de exercícios. No sentido de apresentar hipóteses construtivas para os conceitos e para a compreensão dos algoritmos, insere-se este estudo. A presente pesquisa buscou analisar as estratégias de resolução de cálculos escritos de adição, em crianças que frequentavam as terceiras e quintas séries do Ensino Fundamental, na cidade de Toledo, PR. Além disso, buscou identificar níveis de construção das operações aritméticas em situações que envolviam a igualação de quantidades e a construção de diferenças (interdependências entre adições e subtrações) e assim, verificar as relações entre as estratégias de resolução de cálculos escritos que os estudantes utilizaram e os níveis de construção das operações aritméticas. Para a análise dos dados foram quantificados os acertos e os erros dos estudantes nas adições, o tipo de estratégia utilizada nessas resoluções e o nível alcançado na prova piagetiana. Compararam-se os valores obtidos na terceira e quinta séries e os resultados entre as séries foram muito semelhantes, sendo que as relações mais significativas foram estabelecidas entre os níveis cognitivos alcançados pelos estudantes e as estratégias utilizadas. Dessa forma, reafirmou-se o caráter construtivo presente nos cálculos das operações aritméticas. Mesmo com a forte influência do ensino do algoritmo das adições nas escolas e sua aquisição aparentemente simples, constata-se que sua correta utilização e sua compreensão, envolvem a construção de níveis operatórios pelas crianças.

Palavras Chave: Cálculos escritos, Construtivismo piagetiano, Adições.

¹ UTFPR, campus Toledo. E-mail: karenhg@utfpr.edu.br.

² UNICAMP. E-mail: roselypb@unicamp.br.

Character Construction of Additions in Written Calculations

Abstract

The procedures of calculation, whether written or mental, is still seen in the school environment, such as contents to be empirically observed and retained. Thus, the emphasis is on teaching "how" to solve their operations; teach the rules to be memorized. Become a rather low math conceiving it as a repetition of formulas and calculations and conduct endless exercises. In order to provide chances for constructive concepts and understanding of algorithms, is part of this study. This study investigates the strategies written resolution calculations of addition, children who attended the third and fifth grade of elementary school in the city of Toledo, PR. In addition, we sought to identify levels of construction of the arithmetic operations in situations involving the equalization of quantities and the construction of differences (interdependencies between addition and subtraction) and therefore determine the relationship between coping strategies of written calculations that students used and the levels of construction of mathematical operations. For the analysis of the data were quantified successes and mistakes of students on the items, the type of strategy used in these resolutions and the level reached in the test Piaget. We compare the values obtained in the third and fifth grades and the results from the series were very similar, and the relationships were found between the cognitive levels achieved by students and the strategies used. Thus, we reaffirm the constructive character of this arithmetic calculations. Even with the strong influence of teaching the algorithm of the additions in the schools and their acquisition seems simple, it appears that its proper use and understanding, involving the construction of operative levels by the children.

Key-words: Written Calculations, Piagetian Constructivism; Additions.

Introdução

A matemática, do grego *mátheema* (ciência), distingue-se por seu aspecto formal e abstrato e por sua natureza dedutiva. Em contrapartida, sua construção liga-se a uma atividade concreta sobre os objetos para a qual o aluno necessita da intuição como processo mental. A partir desse tipo de elaboração, a matemática é mais construtiva que dedutiva e, se não fosse assim, certamente que se transformaria em uma ciência memorialística, longe de seu caráter de representação, explicação e previsão da realidade (HUETE & BRAVO, 2006, p. 15).

Um primeiro aspecto do conhecimento lógico-matemático que deve ser considerado é justamente o fato que dois elementos distintos estão em sua composição: a lógica e a matemática. Como ressalta a citação, a matemática tem seu aspecto formal e dedutivo, mas o seu caráter de construção é o que mais deve ser destacado; caso contrário, dependeria apenas de conceitos a serem memorizados e, desse fato, decorre a compreensão mais tradicional de que esses conceitos existem independentes de os sujeitos os construírem. A lógica é um elemento que mantém o “fechamento” e a manutenção das estruturas e a matemática é resultado de uma construção de “aberturas” a todos os possíveis do pensamento.

Mas, se a lógica é a inteligência, a inteligência não é, apenas, a lógica. O processo construtor não é a lógica (a lógica é o resultado final...). As estruturas lógicas são “fechamentos”, ao longo do processo geral de construção (o processo de construção é um fenômeno dialético: não existe uma lógica dialética, mas uma dialética da lógica). Contudo o processo construtor (dialético) vai ganhando maior abertura à medida que o pensamento vai se operacionalizando, até abrir-se para todos os possíveis, quando o desenvolvimento atinge o pensamento hipotético-dedutivo (o máximo de “fechamento” dedutivo corresponde, pois, ao máximo de “abertura” dialética) (PIAGET, s/d, apud LIMA, 1984, p. 115).

Outro aspecto relevante é o fato de a lógica e de a matemática serem trabalhadas nas escolas de forma desigual. Lima (1984) ressalta, ainda, que é estranho o preconceito no sistema escolar a respeito da lógica e da matemática, em relação à lógica não ser o objeto de preocupações pedagógicas e a matemática ser a “pedra no caminho” da maioria dos alunos. Uma das razões, apontadas pelo autor, sobre a causa desse preconceito é a pouca estimulação do pensamento dialético, que se apóia na possibilidade de errar, em combinações mais originais, em paralelo ao estímulo ao pensamento lógico, mais disciplinado, mais difícil e rigoroso. Entretanto, as relações lógicas estão

presentes em quaisquer comportamentos que visem conhecer e interpretar o mundo e já aparecem nos primeiros conjuntos de operações que as crianças utilizam, tais como nas classificações, seriações, correspondências. Piaget (1976) expõe que as estruturas lógicas derivam de construções progressivas e cada vez mais ricas, que se reorganizam e seguem por vários patamares até alcançarem a formalização, mas não são pré-formadas e remontam até as organizações nervosas e sensório-motoras. Tais estruturas lógicas avançam para a possibilidade de realização de operações sobre operações e pode-se falar, nessa etapa, em operações lógico-matemáticas autônomas e bem diferenciadas das ações matemáticas com sua dimensão causal (PIAGET, 1971).

A questão sobre o relacionamento da matemática com a experiência e a realidade física é apresentada por Piaget (1971) na seguinte formulação: “na realidade tudo parece ser matematizável, senão sempre no sentido da medida, pelo menos no dos isomorfismos e das estruturações” (p. 83). Mesmo crianças menores já apresentam indícios das “três estruturas-mães” que os matemáticos (Bourbarki) identificaram, confirmando o processo de logicização também das ações. O conceito de número e as conquistas das operações aritméticas são conhecimentos de dupla natureza (empírica e dedutiva), resultantes da atividade e coordenação de ações da criança.

Na obra de Piaget “Psicologia e Pedagogia” (1977), são discutidos aspectos importantes da Didática da Matemática que, ainda na atualidade, são focos de preocupações expressas em estudos de centros de pesquisas, em publicações nessa área da didática e em documentos e medidas governamentais. O problema central do ensino das matemáticas, apresentado pelo autor, é o do ajustamento recíproco das estruturas operatórias espontâneas próprias da inteligência e do programa ou dos métodos relativos aos domínios matemáticos ensinados. Na obra “Para onde vai a Educação?” (1996), além dessas preocupações com a área matemática, algumas questões mais gerais e também atuais estão expressas, tais como a do papel do ensino pré-escolar, a do significado real dos métodos ativos, a da utilização dos conhecimentos psicológicos adquiridos acerca do desenvolvimento da criança e do adolescente e a do caráter interdisciplinar necessário às iniciações em todos os níveis de ensino.

Assim, para o autor, ensinam-se as matemáticas mais modernas por meio de métodos mais tradicionais por não se desvendar a relação existente entre as estruturas matemáticas e as estruturas operatórias espontaneamente construídas no curso do desenvolvimento mental. Assiste-se a fracassos mais ou menos sistemáticos de alunos quando se trata da matemática, não em outros campos e, para Piaget (1977), fica “difícil pensar que as pessoas bem dotadas na elaboração e na utilização das estruturas lógico-matemáticas espontâneas da inteligência sejam carentes de qualquer vantagem na compreensão de um ensino que incide exclusivamente sobre o que se pode tirar de tais estruturas” (p. 26).

Uma das razões dessa dificuldade apontada por Piaget reside no fato de o ensino de matemática envolver uma reflexão sobre as estruturas do pensamento por meio de uma linguagem técnica, que comporta um “simbolismo muito particular e exige um grau mais ou menos alto de abstração” (p. 45). Para as crianças, tais estruturas de ações e de operações que dirigem seu raciocínio não constituem, ainda, objeto de reflexão. Neste sentido, a fim de compreender melhor a construção desses simbolismos pelas crianças, a pesquisa desenvolvida buscou analisar as estratégias de resolução de cálculos escritos de adição, em crianças que frequentavam as terceiras e quintas séries do Ensino Fundamental. Além disso, buscou identificar níveis de construção das operações aritméticas em situações que envolviam a igualação de quantidades e a construção de diferenças e assim, verificar as relações entre as estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos e os níveis de construção das operações aritméticas nas provas de igualação de quantidades e construção de diferenças.

Metodologia

Os participantes desta pesquisa foram quarenta alunos, vinte que frequentavam a terceira série (N=20) e vinte que frequentavam a quinta série (N=20), provenientes de três escolas públicas da cidade de Toledo, PR. A amostra, de natureza justificada, foi composta por estudantes que aceitaram participar da pesquisa e possuíam autorização para tal, de ambos os gêneros, com idades entre 8;6 a 10;2 na terceira série e 10;6 a 13;2 na quinta série.

O procedimento de coleta de dados iniciou com o contato e a autorização da Prefeitura Municipal e do Núcleo de Educação, por escrito. A seguir, foram buscadas as autorizações das direções de escolas municipais e estaduais. Obtida a anuência e a colaboração da equipe pedagógica dessas escolas, fez-se um contato com as salas de terceira e quinta séries e direcionou-se um convite à participação na pesquisa e entrega de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais dos estudantes confirmarem essa participação e a autorizarem. Após essa autorização, iniciou-se a pesquisa nos horários combinados com a equipe pedagógica.

Os estudantes realizaram as adições escritas, como as propostas por Lucangeli *et al* (2003), com acompanhamento pela pesquisadora, por meio de anotações e gravações em vídeo. Foram, por volta de três a quatro sessões, de aproximadamente 50 min, para a coleta de dados das resoluções das operações aritméticas. Cada estudante foi testado individualmente. Enquanto eles estavam envolvidos nas resoluções dos cálculos, respondiam a seguinte pergunta: "Você poderia me dizer como resolveu esse cálculo?" As informações repassadas oralmente à pesquisadora foram registradas nos protocolos de cada um dos estudantes, visando a classificação das estratégias utilizadas nos cálculos. A seguir, foram propostas as situações da prova de igualação de quantidades e construção de diferenças aos estudantes. As informações obtidas nas provas piagetianas foram registradas em protocolos individuais para a identificação dos níveis cognitivos dos estudantes nessas provas.

Para a análise dos dados foram quantificados os acertos e os erros dos estudantes em cada uma das operações aritméticas e o tipo de estratégia utilizada nessas resoluções. Com maiores detalhes, estão expostas, a seguir, tais estratégias consideradas pelos estudantes:

CAR+= tabulando com uma escrita contínua das operações. A criança muitas vezes necessita escrever os números na sequência da contagem 1 a 1, para encontrar os resultados.

CAR- = uso de algoritmos. A criança resolve a tabela de resultados, mas não os escreve, embora possa recuperar estes resultados nos dedos. Considera-se principalmente a utilização dos algoritmos convencionais.

AUTO= cálculos automáticos (recuperação de resultados). A criança indica a resolução dos cálculos automaticamente, recuperando-os da memória.

Para análise da construção das interdependências entre as adições e as subtrações, partiu-se do experimento de Piaget, Henriques e Maurice (1996) sobre a igualação de quantidades e construção de diferenças, presente na obra *As formas elementares da dialética*. Assim, as respostas dos participantes foram classificadas e a elas atribuídos níveis, de acordo com os do estudo de Piaget:

Nível IA- a igualação de elementos resulta de falsas implicações, em que os participantes estabelecem, principalmente, as correspondências figurais entre as colunas. Há ilusão de igualações devido aos sentidos contrários das ações. Ainda algumas crianças excluem, neste nível a conservação do todo, acreditando haver menos elementos quando os elementos das colunas eram apertados, do que quando os elementos eram espaçados.

Nível IB- início das interações entre as adições e as subtrações, em que as crianças recorrem à caixa reserva de elementos para igualar as coleções desiguais ou introduzir as diferenças em coleções iguais. Realiza “adições ou subtrações simples”, acrescentando ou retirando elementos.

Nível IIA- início da adição e subtração relativas. As crianças, a partir de constatações ou experiências mentais, compreendem que uma transferência consiste em acrescentar elementos a outro conjunto final e também retirar elementos do conjunto inicial.

Nível IIB- começam as coordenações entre adições absolutas e relativas e as crianças realizam a construção de diferenças. Alcançam a “identidade dos contrários”: os mesmos elementos que são tirados de um conjunto são acrescentados a outro.

Nível III- realizam-se composições complexas, novas, integradas no sistema constituído anteriormente, com sínteses entre operações de sentidos contrários.

Resultados

A Tabela 01 apresenta a totalização de acertos e de erros dos estudantes da terceira e quinta séries nas adições com cálculos escritos. Constata-se um percentual elevado no número de acertos para as duas séries.

Cálculo Escrito		3ª série		5ª série	
		Acertos	Erros	Acertos	Erros
Adição	47+15	17 (85%)	3 (15%)	18 (90%)	2 (10%)
	239+106	17 (85%)	3 (15%)	18 (90%)	2 (10%)
	4329+3783	16 (80%)	4 (20%)	18 (90%)	2 (10%)

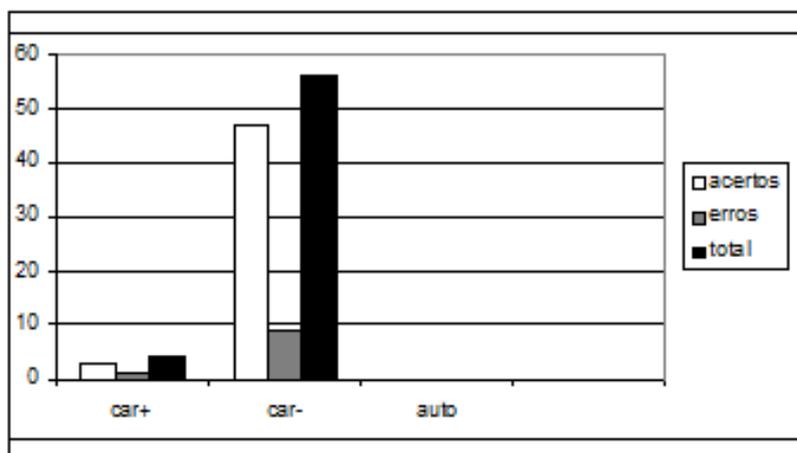
Tabela 01 - Totalização de acertos e de erros dos estudantes da terceira e da quinta série, nas adições com cálculos escritos

Como resultado das adições com cálculos escritos, foi observado na operação $47+15$, um total de dezessete acertos e três erros; em $239+106$ foram também dezessete acertos e três erros e em $4329+3783$ foram dezesseis acertos e quatro erros. A estratégia CAR-, de utilização do algoritmo da adição, foi a mais utilizada pelos estudantes de terceira série, totalizando quarenta e sete acertos e nove erros. A estratégia CAR+ foi utilizada com acerto por três alunos e com erro por um aluno. Tais resultados estão expressos no Gráfico 01. Um exemplo de utilização da estratégia CAR+ é o de EDU (8;8 da terceira série), em que está presente a representação do total dos algarismos, para a adição deles.



Figura 01: Exemplo de utilização da estratégia CAR+ na adição

Não foi observada a utilização da estratégia AUTO, de recuperação automática dos resultados, pelos estudantes de terceira série.



CAR+ escrita contínua das operações

CAR- uso de algoritmos

Auto- recuperação automática dos resultados

Gráfico 01: Distribuição das estratégias utilizadas pelos estudantes da terceira série, nas adições com cálculos escritos

Estudos têm evidenciado o papel da recuperação automática dos resultados da memória, considerando-a como uma das estratégias mais complexas (Parra, 1996; Shane, 2004; Barrouillet e Lepine, 2005; Jacksson et al, 2005). Existem vários modelos de estruturas cognitivas envolvidas na elaboração dos cálculos, apresentados na literatura. No entanto, todos esses modelos hipotetizam que o sistema de resolução de cálculos se baseia na recuperação de processos (Lucangeli et al, 2003).

Na adição com cálculo escrito, pôde-se acompanhar a influência da aprendizagem dos algoritmos ensinados no sistema escolar sendo a estratégia CAR-, desses algoritmos, utilizada pela grande maioria dos estudantes da terceira série e por todos os estudantes da quinta série. Apenas quatro alunos da terceira série apoiaram seus cálculos na contagem escrita, utilizando a estratégia CAR+ e nenhum estudante utilizou a recuperação automática dos resultados. A média de acertos para as adições com cálculos escritos foi superior para os estudantes que encontravam-se nos níveis IIA e IIB na prova de igualação de quantidades e construção de diferenças de Piaget. Um

exemplo é de CAR (8;7), estudante da terceira série, nível IIB que acertou todas as adições com cálculos escritos que foram propostas.

ESCRITOS		
$47+15=$ $\begin{array}{r} 1 \\ 47 \\ +15 \\ \hline 62 \end{array}$	$239+106=$ $\begin{array}{r} 1 \\ 239 \\ +106 \\ \hline 345 \end{array}$	$4329+3783=$ $\begin{array}{r} 111 \\ 4329 \\ +3783 \\ \hline 8112 \end{array}$

Figura 03: Resolução de adições com cálculos escritos por estudante no nível IIB

Essa mesma aluna, nas situações de igualação de quantidades, utilizava o procedimento de antecipação dos resultados e, assim, quando foi solicitada a igualar as quantidades 3 e 5 primeiramente adicionou os elementos e calculou $5+3=8$ e realizou a divisão das colunas em quatro elementos cada uma, transferindo um elemento da fileira com 5, para a outra fileira com 3. O mesmo ocorreu no momento de igualar $1/5/9$ quando adicionou todos os elementos, dividiu-os em três colunas de cinco elementos cada uma, após transferir as fichas entre as fileiras.

Os estudantes do nível IB não utilizaram o procedimento de antecipação dos resultados e centraram-se em retirar e acrescentar elementos, características das “adições e subtrações simples” termo designado por Piaget (1996). Tais estudantes também centravam-se, no momento de construir diferenças, nos elementos que eram transferidos para a coluna seguinte e então, desconsideravam a interdependência entre adicionar elementos e subtraí-los ao mesmo tempo. O estudante GAH (9;4, nível IB na prova de igualação de quantidades e construção de diferenças) apresentou duas soluções incorretas, das três adições propostas:

Escritos		
$47+15=52$ $\begin{array}{r} 1 \\ 47 \\ +15 \\ \hline 52 \end{array}$	$239+106=375$ $\begin{array}{r} 1 \\ 239 \\ +106 \\ \hline 315 \end{array}$	$4329+3783=8772$ $\begin{array}{r} 111 \\ 4329 \\ +3783 \\ \hline 8112 \end{array}$

Figura 04: Resolução de adições com cálculos escritos por estudante no nível IB

Quando foi solicitado a igualar as quantidades 3 e 5, GAH fez várias tentativas. Primeiramente acrescentou três elementos ficando com 6 e 5. Quando questionado sobre a igualdade das colunas, acrescentou mais uma ficha na coluna com cinco elementos. Sobre outras possibilidades de igualação, GAH somente acrescentou elementos da caixa reserva e não realizou transferências de elementos. Ao igualar 1/5/9, o fez por meio de acréscimos de oito fichas na primeira fileira e quatro na segunda, para chegar ao mesmo total da terceira fileira e não apresentou outras possibilidades de igualação.

Os dados foram, então, analisados estatisticamente e obtiveram-se os resultados descritos a seguir na Tabela 02, considerando os valores médios de acertos e seus respectivos desvios padrões para a terceira e quinta séries, nas operações de adição em situações de cálculos escritos, nos diferentes níveis da prova piagetina de igualação de quantidades e construção de diferenças.

Séries	Médias de Acertos		
	Nível IB	Nível IIA	Nível IIB
3 ^a	2,58±0,67	2,50±0,84	3,00±0,00
5 ^a	2,00±0,00	2,67±0,51	2,83±0,39

Tabela 02- Tabela com a média de acertos para as operações de adição e diferentes níveis na prova de Igualação de quantidades e construção de diferenças.

Compararam-se os valores obtidos na terceira e quinta séries para cada um dos níveis (IB, IIA e IIB), e as operações de adição com cálculos escritos e admitindo-se a hipótese nula com 90% e 95% de certeza, pode-se afirmar que os resultados não diferiram. Assim, por exemplo, um estudante da terceira série do nível IB obteve resultados estatisticamente semelhantes aos de estudantes do nível IB da quinta série. É possível constatar nessa tabela que, no nível IB, o desvio padrão é maior (maior oscilação na quantidade de acertos) e o número de acertos é menor; dados opostos ao do nível IIB, em que o desvio padrão é menor (concentração das quantidades de acertos) e o número de acertos é maior.

Conclusão

Em situações de cálculos escritos, a estratégia mais utilizada é a de uso de algoritmos evidenciando a forte influência do ensino desses algoritmos no espaço escolar. De forma geral, constatou-se que os estudantes não conseguiram visualizar e aplicar uma variedade no uso de estratégias na resolução das operações com cálculos escritos, além da utilização dos algoritmos convencionais. De acordo com Kamii e Joseph (2005), a tradição pedagógica ao valorizar apenas essa utilização, desenvolve nos estudantes a capacidade de escrever respostas certas, usadas automaticamente, com o objetivo de agradar aos adultos.

Ao nos depararmos com os vários exemplos de resolução das operações expostos no decorrer dessa pesquisa, pode-se afirmar a presença diante da própria história da construção do conceito de número e suas inúmeras formas de registros, além da representação das quantidades ao longo dessa história. Tais processos de representação estão envoltos em um universo simbólico que precisa ser compreendido e utilizado com maior diversidade pelas crianças. Assim, entende-se que, na aprendizagem de conceitos matemáticos, existem diferentes sentidos das representações dos objetos matemáticos, e essa diversidade de sentidos precisa ser apresentada, discutida e refletida em sala de aula para que o objeto não seja confundido com suas representações, e seja reconhecido em cada uma delas (BROUSSEAU, 1986; DUVAL, 1993; CHARNAY; 1994; D'AMORE, 2005). Na realização das operações de adição, uma das primeiras conquistas infantis, por exemplo, foram observadas diferentes representações e sentidos que os estudantes participantes da pesquisa utilizaram para resolvê-las: contagem nos dedos, contagem mental, contagem escrita, decomposições e algoritmos. Mesmo no uso dos algoritmos não foram observados processos únicos de resolução, diversidade que precisa ser considerada em sala de aula.

Na investigação das interdependências entre as adições e as subtrações, e os estudantes que alcançam o nível IIA já iniciam a compreensão dessa interdependência e realizam as adições e as subtrações relativas, ao transferirem elementos entre as colunas. Como os estudantes alcançam a identidade dos contrários no nível IIB, os mesmos elementos retirados de um grupo são acrescentados em outro grupo, e a cons-

trução de diferenças é compreendida. Dessa forma, pode-se afirmar que alcançaram a compreensão da operação da adição. Segundo Piaget (1981, p.261), “a adição só é compreendida em termos operatórios quando vai além de enumerações verbais e envolve o mecanismo geral de igualação de diferenças”. Dessa forma, consegue-se fazer com que os estudantes repitam $2+2=4$, $2+3=5$, $2+4=6$, mas só se obtém uma assimilação real se o sujeito é capaz de conceber uma adição, da qual 6 como uma totalidade englobando as parcelas 2 e 4, a título de partes, e de situar as diversas combinações possíveis num grupo de composições aditivas.

Referências

- BARROUILLET, P. e LEPINE, R. Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. **Journal-of-Experimental-Child-Psychology**. v. 91, Jul (3), pp.183-204, 2005.
- BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7/2, pp. 33-115, 1986.
- D'AMORE, B. **Epistemologia e Didática da matemática**, Ed. Escrituras, 2005.
- DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, **Annales de Didactique et de sciences cognitives**, 5, Estrasburgo, 1993.
- HUETE, J.C.S.; BRAVO, J.A.F. **O ensino da matemática-fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**, Porto Alegre: Artmed, 2006
- JACKSON, N.; CONEY, J. *et al.* Simple arithmetic processing: The question of automaticity. **Acta-Psychologica**. May Vol 119(1): 41-66, 2005.
- KAMII, C. e JOSEPH, L. **Crianças pequenas continuam reinventando aritmética**. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- LIMA, L. de O. **A construção do homem segundo Piaget- uma teoria da educação**, 3ª ed, São Paulo: Summus editorial, 1984.
- LUCANGELI *et. al.* Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. **Educational Psychology**, vol 23, no 5, December, 2003.
- PARRA, C. SAIZ, I. **Didática da Matemática-reflexões psicopedagógicas**, Artmed, 1996.
- PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** Rio de Janeiro: José Olympio, 1996.
- PIAGET, J. **As formas elementares da dialética**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1980.
- PIAGET, J. **A situação das ciências do homem no sistema das ciências**. Lisboa: Bertrand, 1976.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. Rio de Janeiro/São Paulo: Forense, 1977.

PIAGET, J. **A Epistemologia Genética**. Rio de Janeiro: Vozes, 1971

SHANE, P. Analogue equivalents in number processing of simple arithmetic sums. **Education psychology**, v.24, n.2, pp217-229, 2004.

Recebido em: 10/12/2011

Aceite em: 05/03/2014*

* De acordo com as normas da Revista um segundo artigo submetido por um mesmo autor e/ou coautor só poderá ser publicado após três números da publicação do primeiro na revista. Por esse motivo é que há um distanciamento entre a data de recebimento e data de aprovação deste artigo. Os autores foram informados e decidiram manter a submissão para publicação posterior.