

---

## Sujeito do Conhecimento e Ensino de Matemática

---

Fernando BECKER<sup>1</sup>

### Introdução

São muitas as perguntas cruciais que a educação brasileira precisa responder, na teoria e na prática. Não só na teoria porque a prática, pedagógica e didática, não está dando conta dos problemas que se apresentam. Não só na prática porque a teoria precisa responder aos sérios problemas que a prática vem levantando.

Entre as perguntas que precisam de respostas (RBS<sup>2</sup>, 2012) estão as seguintes: Por que, mesmo sendo a sexta economia do mundo, o Brasil ainda está no 88º lugar na classificação mundial da educação e em 84º em IDH (Índice de Desenvolvimento Humano)? Por que 89% dos estudantes chegam ao final do Ensino Médio sem aprender o esperado em matemática? Por que apenas 2% dos estudantes querem seguir a carreira de professor?

A situação da educação brasileira é, no mínimo, alarmante. Apenas 11% da população brasileira, de 25 a 64 anos, possui ensino superior; no Chile são 24% e na Rússia 54%. 51,4% das crianças de escolas públicas que concluíram o Ensino Fundamental não atingiram o nível de leitura esperado. 15,2% das crianças brasileiras com oito anos de idade ainda não estão alfabetizadas. Em 2012, 3,8 milhões de crianças e adolescentes estavam fora da escola; isso é mais do que toda a população do Uruguai. Em 2008, dos 3,3 milhões de estudantes do Ensino Médio, 1,8 milhão não conseguiu concluí-lo no prazo esperado - número maior que toda a população de Porto Alegre. Um milhão e meio

---

<sup>1</sup> Professor Titular de Psicologia da Educação da Faculdade de Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação - Mestrado e Doutorado - da UFRGS. Doutor em Psicologia Escolar pela USP.

<sup>2</sup> Utilizarei as perguntas que esta rede de televisão, do RS e SC, utilizou, em 2012, no lançamento de sua campanha educativa *A Educação precisa de respostas*.

de crianças, de 4 e 5 anos, estão fora da escola; esse número é quase três vezes a população de Florianópolis.

Ainda mais preocupante é o quadro do analfabetismo. Um país, com percentuais expressivos da população de analfabetos e surpreendentes percentuais de analfabetos funcionais não pode se dar ao desprazer de conviver com realidade tão estarrecedora, ainda mais que uma alfabetização precária compromete o funcionamento futuro de todo o sistema educacional, das primeiras séries às pós-graduações.

Assim, 14 milhões de brasileiros não sabem ler nem escrever. E 31% dos adultos entre 35 e 49 anos de idade, ou 38% dos brasileiros, são analfabetos funcionais. E só 62% dos que tem curso superior podem ser considerados plenamente alfabetizados. Conforme a Prova ABC, cujos resultados foram divulgados em agosto de 2011, 44% dos estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental não consegue ler adequadamente. 52% dos estudantes do 3º ano desse nível de ensino não sabe fazer operações aritméticas básicas como adição e subtração. E 46% dos estudantes desse nível não dá conta do mínimo exigido em termos de escrita.

### **A Dinâmica da Aprendizagem**

As estatísticas apresentadas levam-nos à cobrança de políticas públicas adequadas para a situação da educação brasileira. Entretanto, cabe-nos explorar outra realidade, complementar a das políticas públicas. A realidade da sala de aula ou da escola, sob o ponto de vista das concepções de conhecimento e de aprendizagem. De forma ainda mais específica, as concepções de conhecimento professadas pelos educadores e as concepções de aprendizagem que delas derivam e que orientam as práticas pedagógicas e didáticas dos educadores.

Defendo o princípio, de forte incidência prática, de que a teoria professada pelo docente, não importa se de forma inconsciente, estabelece limi-

tes a sua prática cotidiana. Quando se trata de teoria epistemológica, então, os limites impostos às necessárias transformações da prática pedagógica ou das práticas didáticas são de tal ordem que ele não consegue transpô-los.

Se a docência compreende que o conhecimento, como capacidade ou competência cognitiva, realiza-se no sujeito que aprende por força apenas de estimulação, isto é, bastaria uma série de estímulos ou de contingências de reforço para que determinadas aprendizagens se realizassem, então ele estará limitando ou até impedindo uma série de transformações no processo de aprendizagem. Estará defendendo uma posição epistemológica segundo a qual as transformações do funcionamento do organismo, devidas à atividade do sujeito, não são conservadas em estruturas. Defende a concepção de que o sujeito dispõe de um funcionamento, sem que tal funcionamento conte com estruturas que se conservam e se desenvolvem, produzindo novas e melhores formas de funcionamento. Quem assim pensa defende um funcionamento sem estrutura.

Do mesmo modo, se a docência acredita – o uso do verbo *acreditar* não é gratuito – na concepção epistemológica oposta à anterior, isto é, que todas as experiências do sujeito pouco interferem em suas capacidades cognitivas, estará pondo limites profundos ao desenvolvimento cognitivo do sujeito. Estará defendendo uma posição epistemológica segundo a qual há estruturas sem gênese. Essas estruturas são inatas ou, pelo menos, *a priori*, e se mantêm tal e qual por toda a vida. Nessa concepção, as estruturas são dadas na herança genética, não são construídas. A experiência não as modifica. A experiência é quase desprovida de função. Quem assim pensa defende a existência de estruturas, competências ou capacidades sem funcionamento, isto é, sem gêneses.

Essas duas posições epistemológicas interpõem limites intransponíveis à aprendizagem. A primeira, representada na psicologia pelos behaviorismos ou neobehaviorismos, compreende a aprendizagem como resultante de

estimulações ambientais, sobre as quais a ação ou experiência do sujeito tem pouco ou nenhuma interferência. A aprendizagem reduz-se a efeitos positivos de associações que devem ser repetidas “tantas vezes quantas forem necessárias”, segundo a conhecida fórmula de Thorndike. Se o aluno for estimulado e repetir o estímulo  $n$  vezes, só poderá aprender. Em nossas pesquisas (2012a; 2012b), constatamos a frequência constante dessa concepção, nos procedimentos de sala de aula, confirmada pelas falas dos docentes, com a agravante de que as repetições não precisarem contar com associações exitosas; isto é, a repetição é exigida e demandada sem a compreensão, sem preencher o que preconiza a *lei do efeito* desse psicólogo. Para Thorndike, um ato que produz satisfação tende a repetir-se. Isto é, a sensação agradável que a compreensão de um conteúdo, exposto pelo professor, produz levaria o sujeito-aluno a retomar com prazer esse conteúdo. Isso é desconsiderado, nas salas de aula observadas, e até desautorizado como registrado neste fato: a professora ensinava adição, em série inicial do Ensino Fundamental. Pôs no quadro vários problemas de adição para serem resolvidos pelos alunos. Um aluno, frente à soma  $3+3+3=?$ , diz, demonstrando satisfação com a descoberta: “Professora,  $3+3+3$  é o mesmo que  $3 \times 3$ ”. Responde prontamente a professora: “FUL, eu já disse que a multiplicação é só na semana que vem”.

A segunda concepção epistemológica marca sua presença em sala de aula de forma mais sutil, mais subliminar. Ela aparece como a teoria do talento, do dom. Segundo ela, nasce-se com estruturas, capacidades ou competências cognitivas definidas e definitivas. Quem nasceu assim, será sempre assim. Quem nasceu com talento para a matemática, sempre será talentoso; quem nasceu sem talento ou sem o dom para esse conhecimento, fará bem em não envidar esforços para aprendê-lo; será inútil.

Piaget (1978/1936) critica radicalmente essas concepções epistemológicas e propõe uma concepção que, ao mesmo tempo, supera a ambas e

se direciona para um construtivismo interacionista. Ele deixa de olhar para as hipotéticas estruturas inatas e para os estímulos ambientais e dirige sua atenção para o sujeito; mais especificamente, para a ação do sujeito, para a interação entre o genoma e o meio – físico ou social, entre o bebê e seu entorno. O que ele vê ali? Vê um sujeito que não apenas assimila o meio, mas cujas estruturas assimiladoras tendem a assimilar tudo. “... o próprio de um esquema de assimilação é propender a aplicar-se a tudo e a conquistar o universo da percepção na sua totalidade” (Piaget, 1978/1936, p.385). Ao assimilar, depara-se com estranhezas, isto é, novidades que perturbam seu equilíbrio cognitivo. A auto regulação, que funciona para o nível biológico, estende-se para o nível psicológico e para o cognitivo, recuperando o equilíbrio perdido. Mas, esse equilíbrio não é simplesmente recuperação do equilíbrio perdido, pois ele precisa construir algo que não tem, algo novo, para que o equilíbrio se restabeleça.

O genoma não traz respostas prontas aos conteúdos que vêm do meio; traz a capacidade de construir respostas a tais conteúdos. Assim, ao mesmo tempo em que restabelece o equilíbrio, acrescenta algo às suas estruturas e conserva nelas esse algo, essa diferenciação. Temos, então, estruturas que se modificam ou se diferenciam em função do meio assimilado. Epistemologicamente, temos um estruturalismo genético – longe, portanto, do estruturalismo fixista da segunda posição e das experiências, cujos resultados não se conservam, da primeira posição.

É nesse sentido que Piaget diz:

Ainda que nossos trabalhos não tenham nenhuma intenção pedagógica, parece difícil deixar de salientar o fato de que o conhecimento das reações de escolares, descritas nesta obra, possa ser de alguma utilidade para os educadores (Piaget, 1977/1995, p.7).

## A Dinâmica do Desenvolvimento Cognitivo

Vejam como Piaget estrutura sua explicação do desenvolvimento cognitivo fundado na ação e como explica a aprendizagem a partir de sua concepção de desenvolvimento cognitivo.

Ação, para Piaget, não é apenas *ação* no sentido físico. Para elucidar esse conceito fundamental, nada melhor do que falar de experiência, pois experiência é ação e não apenas recepção por força de estimulações. Há dois tipos de experiência, a física e a lógico-matemática. Experiência física consiste em *agir* sobre os objetos e retirar deles qualidades que eles têm ou que são inerentes a eles ou, ainda, que existem neles antes do sujeito agir sobre eles. Assim, a tessitura, a cor, o tamanho, o peso ou a massa são do ou estão no objeto antes da ação do sujeito sobre ele. Experiência lógico-matemática é *agir* sobre os objetos e retirar, não deles, mas da ação e das coordenações do sujeito, características que são próprias dessas coordenações, como classificação, seriação, bijeção, equivalência, reciprocidade, comparação, diferenciação, coordenação, reversibilidade, etc. Experiência não é, pois submissão passiva aos objetos, mas ação sobre eles; ação que modifica ou transforma. Ação que se compõe de duas ações, entre si complementares: a ação assimiladora que, ao assimilar o objeto, o transforma; ação acomodadora que, ao responder às dificuldades da assimilação, transforma os esquemas assimiladores.

Surge nesse contexto conceitual um novo termo: *coordenação de ações*. É um termo de enorme importância que, entretanto, é subestimado mesmo por muitos piagetianos. O bebê recém-nascido mama, suga. Corrigindo sua ação, na medida de sua repetição, vai aperfeiçoando-a, tornando-a mais capaz. Muito mais lentamente, vai desenvolvendo a capacidade de agarrar com as mãos; no início reflexa, essa ação vai adquirindo um quê de intencionalidade. O olhar, ação também exercida com vagar, desenvolve-se lentamente. Por volta dos quatro meses, o bebê torna-se capaz de levar à boca um objeto que foi colo-

cado em sua mão; a partir dali, muito rapidamente conseguirá olhar um objeto próximo, agarrá-lo e levá-lo à boca. As coordenações dessas ações, que anteriormente funcionavam independentemente uma da outra, foram construídas pelo bebê, por repetição, reconhecimento e generalização (Piaget, 1978/1936). Elas não existiam anteriormente. A experiência lógico-matemática retira qualidades dessas coordenações e, com elas, constrói algo novo, novas capacidades; não mais retira qualidades apenas dos objetos, como ocorre na experiência física.

#### **a) A abstração reflexionante**

Poderemos, agora, traduzir a experiência lógico-matemática como *abstração reflexionante*.

O que se entende por abstração? O Dicionário de Filosofia Abagnano nos diz que é “A operação mediante a qual alguma coisa é escolhida como objeto de percepção, atenção, observação, consideração, pesquisa, estudo, etc., e isolada de outras coisas com que está em uma relação qualquer”. No latim, a palavra compõe-se de uma preposição (“*abs*, *ab* ou simplesmente *a*, dependendo da palavra que se segue”) e de um verbo (*trahere*), *abs* + *trahere*. O verbo significa arrastar, puxar, retirar, extrair, aspirar; e a preposição nos diz que isso se faz sobre alguma coisa; assim, retirar, abstrair *de*. Abstrair é sempre retirar algo de alguma coisa, objeto, evento, conceito, ação ou coordenação das ações, teoria, etc. Nunca retirar tudo, mas apenas algo. O sujeito retira o que interessa no momento, descartando o resto. Como se vê, o fator afetivo – interesse – está no cerne do processo de abstração.

Piaget distingue duas grandes formas de abstração, a empírica e a reflexionante. Seu tratado, entretanto, é de abstração reflexionante; a empírica é contraponto fundamental da reflexionante. Mas o autor debruça-se sobre esta, não sobre aquela por mais importante que seja. Jamais, porém, a desconsidera; não poupa esforços para deixar clara a relatividade de sua importância.

Pela abstração empírica, retiramos qualidades dos objetos ou das ações nas suas características materiais, isto é, daquilo que pode ser observado ou, simplesmente, dos observáveis, daquilo que pode ser percebido. Ela se apoia, portanto, sobre objetos físicos ou sobre os aspectos materiais das ações; visa conteúdos exteriores ou observáveis dos objetos, isto é, características que existiam nos objetos antes de qualquer constatação ou ação por parte do sujeito.

Pela abstração reflexionante, o sujeito retira qualidades das ordenações das ações próprias, qualidades, pois que não podem ser observadas. É uma abstração que se apoia sobre as formas e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito (esquemas, ordenações de ações, operações, estruturas, etc.) que delas retira certos caracteres e os utiliza para outras finalidades. Observo o bebê de dois meses agarrando um carrinho azul que a mãe lhe pôs na mão; extraio as qualidades “carrinho” e “azul”; extraio também os movimentos de abrir e fechar a mão por parte do bebê. Observo que o bebê não olha para o carrinho, nem sequer leva-o à boca. São abstrações empíricas, porque exercidas sobre observáveis, dos objetos e das ações em suas características materiais. Por volta dos cinco meses, vejo o bebê olhando a mamadeira à sua frente, jogando-se para ela e agarrando-a; em seguida, levando-a a boca e sugando o bico. Deduzo, então, que alguma coisa aconteceu no cérebro desse bebê que, aos três meses era incapaz de olhar-agarrar-e-sugar. Concluo que (inferência), agora, essas três ações são coordenadas entre si, internamente, pelo seu cérebro. Mas, eu não vejo, observo ou percebo essas ordenações. Portanto, eu, agora, retiro qualidades das minhas ordenações das ações, que não são passíveis de observação, não são observáveis. Essa abstração Piaget a chama de reflexionante (*réfléchissante*).

A abstração reflexionante apresenta dois desdobramentos: a abstração pseudo-empírica (*pseudo-empirique*) e a refletida (*réfléchie*).

Antes de falar nessas duas formas de abstração, uma observação se impõe. Piaget evita o termo “reflexiva” para adjetivar essa abstração. Por quê? Penso que por dois motivos. Primeiro, para fugir do senso comum. Já ouvi piagetianos falando dessa abstração, utilizando o termo “reflexiva”, não a distinguindo da compreensão tradicional, compreensão que remonta a Aristóteles.

Penso que o Dicionário Aurélio apreende bem o significado que remonta a esse filósofo grego. *Abstrair* é “Considerar um ou mais elementos de um todo; separar, apartar. Considerar isoladamente (coisas que se acham unidas). Separar, afastar, apartar, alhear. Para a Filosofia: Não levar em conta ou consideração; pôr de parte; prescindir”. Esse significado está perfeitamente caracterizado pelo “colocar entre parênteses”, de Edmund Husserl. Este filósofo acredita que as ideias surgem da percepção; o preço, porém, para chegar a elas é pôr de parte, prescindir, “colocar entre parênteses” as características individuais do objeto que se quer compreender. O que resta, no final desse processo, é a ideia do objeto em questão.

Piaget, diferentemente, define abstração como ação de retirar qualidades (dos objetos ou das ações em suas características materiais – abstração empírica, ou das coordenações das ações – abstração reflexionante) para reconstruí-las num novo patamar, gerando novas formas. A Abstração Reflexionante “... é fonte contínua de novidades porque atinge novas ‘reflexões’ sobre cada um dos planos sucessivos do ‘reflexionamento’” (p.205). Esses planos geram-se numa sequência interminável: da ação à representação, desta às narrações, em seguida, às comparações e, enfim, ao pensamento reflexivo... até níveis meta-reflexivos.

Feito essa ressalva, podemos falar de abstração pseudo-empírica. Trata-se de uma abstração que é em tudo uma abstração empírica. Entretanto, o que, mediante ela, o sujeito retira do objeto não está no objeto,

mas nas coordenações do sujeito. Ele retirou algo do objeto, mas não uma qualidade do objeto; retirou do objeto uma qualidade que ele colocou lá; ele colocou lá qualidades de suas ações ou de coordenações de suas ações. Exemplo. Esta maçã é maior que aquela. A qualidade “maior que” não está na maçã. Foi o sujeito que colocou nela. É, pois, uma qualidade da ação do sujeito sobre as maçãs e não da maçã. Piaget (*apud* Montangero e Maurice-Naville, p. 92) traz o exemplo do matemático Gonseth. Aos seis anos de idade, o futuro matemático acabara de contar 10 pedrinhas, alinhando-as. Muda, então, a configuração de várias maneiras, contando-as a cada mudança, começando por qualquer uma. Constata que o resultado é sempre 10, “quer se conte a partir da direita ou da esquerda, quer se enumerem as pedrinhas alinhadas ou colocadas em círculo”. Não sem surpresa para essa criança, “... o novo conhecimento é tirado por abstração, não das propriedades das pedrinhas, mas da organização que o sujeito ali introduziu. Trata-se, portanto, de uma experiência “lógico-matemática” que dá lugar a um novo saber por abstração reflexionante” (p. 92). Trata-se de uma abstração reflexionante, de tipo pseudo-empírica. É por ela que o sujeito retira de uma parede um quadrado, do delineamento de um paralelepípedo um cubo, do tronco de uma árvore um cilindro, da árvore serrada uma circunferência, da grande área de um campo de futebol um círculo... Diz uma professora de matemática, de sexta série do Ensino Fundamental, após afirmar que: “conhecimento matemático envolve [...] toda uma vida, toda uma experiência de vida desde a infância”:

São experiências básicas que a gente teve [...]. Eu, por exemplo, fui uma criança de interior, eu brinquei muito em árvores. Quando tu abraças uma árvore, tens a noção perfeita do que será futuramente um cilindro, aquele tronco, do que seja uma circunferência; [...] a árvore serrada te dá o contorno de uma esfera... Creio que a criança pode ter muita facilidade para a matemática quando ela tem experiências desse tipo. (Becker, 2012, p. 29-30).

Experiências como essas são riquíssimas. Entretanto, para não comprometer essa riqueza deve-se atender para o conceito de experiência que

está em jogo. Na fala dessa professora, o cilindro está no tronco da árvore, a circunferência está na árvore serrada; e, não sei como, até uma esfera ela enxergou ali. De acordo com ela, o sujeito retira o que está na coisa. Confunde-se, pois, abstração empírica com abstração pseudo-empírica. Esta é uma modalidade de abstração reflexionante.

Nisso consiste a originalidade desse conceito piagetiano. Na experiência física ou abstração empírica, o sujeito retira qualidades dos objetos, ou das ações em suas características materiais, que estavam neles antes do sujeito agir sobre eles. Piaget (1977/1995, p.274) chama essa forma de experiência de abstração empírica. Enquanto que na experiência lógico-matemática que Piaget (idem, p. 274) chama de abstração pseudo-empírica, o sujeito retira qualidades dos objetos, ou das ações em suas características materiais, que não são do objeto, mas que o sujeito colocou neles. O sujeito retira, abstrai, o cilindro do tronco não porque o cilindro é qualidade do tronco, mas porque o sujeito o colocou nele. Da mesma forma, a professora citada retirou a circunferência e, não sei como, até a esfera da árvore serrada porque ela as colocou previamente lá. Podemos dizer que grande parte daquilo que chamamos de abstração empírica é, de fato, abstração pseudo-empírica, portanto reflexionante. Isso é, as qualidades que são abstraídas não são dos objetos, mas das próprias ações ou coordenações das ações.

Essa categoria, formulada por Piaget, reveste-se de especial criticidade e resolve uma grande quantidade de problemas epistemológicos.

Quando uma abstração reflexionante desdobra-se em abstração refletida?

Chama-se de abstração refletida (*réfléchie*) quando, nos níveis superiores, a reflexão torna-se obra do pensamento; é preciso, então, distinguir seu processo enquanto construção de sua temática retroativa, isto é, enquanto

reflexão sobre a reflexão precedente. Chama-se abstração refletida o resultado de uma abstração reflexionante assim que se torna consciente, independentemente de seu nível. É a abstração refletida que transforma as quase necessidades em necessidades; os possíveis em necessário; as experiências finitas em infinito...

Num experimento (Piaget, 1977/1995, p.193-205) envolvendo superfície e perímetro dos retângulos, o sujeito, após responder a uma série de questões, formuladas na medida das transformações de um quadrado, delineado por um cordão em forma de quadrado, fixado em pregos sobre uma tábua, em retângulos cada vez mais alongados e estreitos, reconhece que o perímetro permaneceu constante através das várias transformações enquanto a superfície foi diminuindo até desaparecer. O mesmo experimento é realizado partindo de um quadrado formado por oito tiras de cartolina. Pergunta-se ao sujeito, no decorrer das várias transformações, o que acontece com o perímetro e a superfície. Reconhece, no final, que a superfície permaneceu constante enquanto o perímetro foi sofrendo aumentos significativos. É, então, que o sujeito, mediante abstração refletida, sintetiza os processos que desenrolou pelas duas modalidades do mesmo experimento pelos quais tornou-se capaz de afirmar: na primeira modalidade, o perímetro permaneceu constante, enquanto a superfície variou; na segunda modalidade a superfície permaneceu constante enquanto o perímetro variou. Ou, como afirma CLA (Piaget, 1977/1995, p.204): “Quando a superfície muda, o perímetro não muda e quando a superfície não muda, o perímetro muda: mudam os dois, mas não ao mesmo tempo. É difícil porque... não mudam ao mesmo tempo”. “[...] um atributo fundamental da abstração reflexionante [consiste em] depreender formas suficientemente dissociadas dos conteúdos...” (1977/1995, p.285), como acontece nas duas modalidades desse experimento; e a abstração refletida retira formas de formas mediante reflexões sobre reflexões anteriores ou reflexões à enésima potência.

A abstração reflexionante e seus desdobramentos, a pseudo-empírica e a refletida, nos trazem a ideia de que as capacidades, competências ou estruturas cognitivas são resultantes das ações transformadoras do sujeito sobre o mundo (assimilação) e sobre si mesmo (acomodação). Nesse sentido, nada é dado ao sujeito em termos de competência cognitiva. Tudo é construído. Na dependência das possibilidades de assimilação, isto é, do que a sociedade puser à disposição do indivíduo e do interesse que o indivíduo demonstrar para o que a sociedade puser ao seu dispor.

### **b) O processo de abstração**

Vimos as diferentes formas da abstração reflexionante. Veremos, agora, como se configura o processo.

O processo de abstração acontece sempre por dois movimentos combinados que geram um *tertium*. Inicia com um reflexionamento (*réfléchissement*) que consiste na “projeção sobre um patamar superior daquilo que foi tirado de um patamar inferior” de conhecimento tal como acontece quando da passagem da ação sensório-motora à representação, possibilitada pela função simbólica. Ou, como acontece por ocasião da passagem das operações aritméticas para a álgebra. O segundo momento, a reflexão (*réflexion*), consiste num “ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior” (p.174). Desses dois movimentos combinados, resulta uma nova construção que pode consistir numa nova estrutura ou numa reorganização da estrutura anteriormente construída. Reflexionamento e reflexão constituem os dois processos, entre si complementares e inseparáveis do processo de abstração reflexionante. Esses processos podem ser observados em todos os estádios do desenvolvimento, desde os níveis sensório-motores; “... o bebê é capaz, para resolver um problema novo, de valer-se de certas coordenações de estruturas já construídas, para reorganizá-las em função de novos dados” (p.6); sobre suas tomadas de consciência, entretanto, nada podemos saber.

A abstração reflexionante “... é um processo que permite construir estruturas novas, em virtude da reorganização de elementos tirados de estruturas anteriores...” (p.193).

Onde está a fonte das novidades no processo de abstração reflexionante?

Para referir-se a um nível de conhecimento mais simples em relação a níveis de conhecimento mais complexos, Piaget utiliza uma metáfora, o patamar – patamar inferior e patamar superior. Quando o sujeito retira algo, algumas coisas, de um patamar inferior, transferindo-as ao patamar superior, ele retira características do que construiu anteriormente e que lhe interessa no momento; portanto, nada previamente programado. Ao debruçar-se, no patamar superior, sobre o que tirou do inferior, reorganiza o patamar superior em função do que já existia ali, que resultou de reflexões anteriores, e que agora responde ao que lhe interessa. Novamente, não se trata de nada programado previamente. “De um modo geral, a fonte das novidades está... na necessidade de um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação e no fato de ser esta a causa de diferenciações, tanto endógenas quanto exógenas” (p.284).

É assim que surgem as novidades, pois as construções, embora sigam um padrão lógico, respondem a necessidades individuais. “A abstração consiste [...] numa diferenciação, porquanto separa uma característica para transferi-la, e uma nova diferenciação acarreta a necessidade de integração em novas totalidades... daí o princípio da formação de novidades...” (p. 284). Nesse sentido, não há dois indivíduos iguais sob o ponto e vista cognitivo.

O processo de abstração reflexionante funciona de forma quase totalmente inconsciente; raramente, sob a influência de intenções deliberadas, consegue-se saber de que fontes tem-se haurido os mecanismos constitutivos do próprio conhecimento. Diz Piaget (1977/1995): “... um matemático pode nada

saber, sem por isso sentir-se impedido de realizar seu trabalho, sobre as raízes psicogenéticas das estruturas elementares que utiliza” (p.193). A lógica e a matemática, presentes nas estruturas básicas de nosso conhecimento e pensamento não refletem diretamente a organização do mundo; não são cópia dessa organização. Nasceram das ações e das organizações das ações, cada vez mais complexas, sobre o mundo. Objeto, espaço, tempo, relação causal, classes, relações, número são características das nossas ações e das coordenações, progressivamente complexas, de nossas ações.

A educação, especificamente a aprendizagem escolar, deve ser compreendida, no mais profundo sentido, como continuidade do processo de desenvolvimento que se iniciou pelo menos por ocasião do nascimento do ser humano. A história das ações e das organizações das ações constitui o processo de desenvolvimento do conhecimento humano, onto e filogeneticamente. Qualquer aprendizagem humana é estrita possibilidade dos inumeráveis níveis do desenvolvimento do conhecimento; nenhuma aprendizagem acontece fora dessas possibilidades.

### **c) Aprendizagem de matemática**

Ao nos referirmos ao ensino de matemática, inevitavelmente surge a pergunta: Como o professor compreende o processo de aprendizagem de seu aluno? Essa compreensão obviamente determina sua forma de ensinar. Se ele pensa que seus alunos aprendem porque estão predestinados a isso ou porque nasceram talentosos, seu ensino se configurará de certa maneira. Se, entretanto, ele pensa que os indivíduos ao nascer são tábulas rasas, seu ensino seguirá caminhos muito diferentes. Se pensar que os alunos aprendem porque, como sujeitos ativos agem sobre os conteúdos matemáticos, suas aulas serão diferentes das duas modalidades anteriores.

Na pesquisa *Epistemologia do professor de matemática* (Becker, 2012), as duas primeiras modalidades aparecem à exaustão, com predominância da segunda; a terceira, aparece de forma tímida e raramente suficientemente fundamentada para fazer frente àquelas duas anteriores que chamo de “epistemologias do senso comum”.

Assim, a professora de Ensino Médio (Becker, 2012. p.111) afirma:

Olha, eu nunca pensei nisso, eu acho que isso aí é uma coisa inata. Eu acho que deve ser inato, tu não achas? [...] Eu acho que isso é uma coisa inata na pessoa, depende da criação da pessoa; se ele não está a fim de comer, ele quer que, no prato do irmão dele, tenha mais quantidade, é relativo.

Se a capacidade inteligente é inata, ela não se modifica no desenrolar da vida. Se for inata, haverá os bem aquinhoados ou talentosos, os mais ou menos dotados e os prejudicados. Nessa visão epistemológica, não compensa ensinar matemática para todos os alunos, pelo menos em maior profundidade. O professor de matemática, PHD em matemática pura, não hesita em afirmar (Becker, 2012. p.59):

A minha opinião sobre isso, é que tu consegues ensinar se a pessoa tem talento. Mas, definitivamente matemática é muito difícil ensinar para a massa; é uma coisa muito, uma elite, ou a pessoa dá para isso ou não dá. E querer formar muitos matemáticos de boa qualidade, simplesmente achando que a questão é ensinar para muitas pessoas matemática, não é uma boa política realmente não dá, não adianta muito.

Podemos afirmar que uma postura epistemológica apriorista, biologicamente inatista, opõe-se à generalização do ensino, pelo menos do ensino em profundidade. Fica claro que essa postura epistemológica põe reservas sobre a universalização do ensino. De acordo com ela, vale a pena ensinar apenas para quem tem talento e talento é inato. Quem não nasceu com talento não é merecedor de um ensino de matemática qualificado. Basta essa postura epistemológica para instaurar uma odiosa discriminação no ensino de matemática.

O grande homem [o gênio] que parece lançar novas correntes é apenas um ponto de intersecção ou de síntese de ideias elaboradas por cooperação contínua. Mesmo quando se opõe à opinião reinante, corresponde às necessidades subjacentes, que não têm origem nele. (Piaget, 1967/1973. p. 416).

No extremo oposto epistemológico, encontra-se a postura que acredita que o ensino pode tudo. Se o indivíduo é tábula rasa e se quer botar conteúdos em sua mente, tudo o que se precisa fazer é estimular adequadamente.

A pedagoga afirma (Idem, p.96):

As crianças, no jardim de infância, decoram as letras, os números... No meu ponto de vista, acredito que elas aprendem, internalizam, armazenam e guardam dentro de um quadradinho, uma gavetinha que elas têm. E, com o passar do tempo, à medida que precisarem daquele conhecimento, a memória vai trazendo, se receberem algum estímulo em relação aquilo ali.

Aprende-se por decoreba e para fazer uso do que se aprendeu, é necessário receber algum estímulo.

A professora de Ensino Fundamental responde (Idem, p.102) a pergunta: “E com sete anos, a criança é capaz de aprender álgebra?”

Até por estímulos bem trabalhados, sem saber que é álgebra, óbvio. [Há um] material didático, umas madeirinhas: nº 1 é marrom; nº 2 é verde, nº 3 é azul, nº 4 é amarela. Daquilo tu trabalhas: qual o número que somado com o seu dobro dá 3? Daí tu pegas qual é o nº 1, quadradinho, o dobro daquele número que é o 2, verdinho, tu vais montar aquilo ali de maneira que tu não sabes o número, mas eles chegam, eles sabem [...]; então, tu fazes trabalhos de álgebra, eu sei porque quando eu fiz um curso o ano passado, de Aperfeiçoamento em Matemática, nós trabalhamos com esse material e resolvi um problema de incógnita, equações de Ensino Médio, tranquilamente!

A professora concentra-se nos estímulos, e não na ação do aluno, para ensinar álgebra. Os estímulos podem ajudar, mas o centro das atenções deve ser o sujeito ativo, a atividade do aluno. Se ele não assimilar o que a professora propõe, os materiais que ela apresenta não serão transformados em es-

tímulos. Isto é, se não houver assimilação de nada terão adiantado todos os estímulos preparados pela professora.

A professora de Ensino Médio, de escola técnica, diz (Idem, p.78):

É, tem um pouco de maturação; agora, só esperar que ele amadureça não é suficiente, ele tem que, ao longo desse período de amadurecimento, estar constantemente estudando, sendo orientado, tem que estar na escola senão não atinge, tem que estar sendo estimulado para isso.

Nessa fala da professora de Ensino Médio, comparecem as duas concepções epistemológicas de senso comum: o aluno precisa amadurecer. Mas, ela mesma reconhece que só maturação não é suficiente. A condição suficiente é a estimulação: tem que estar presente, na escola, para poder ser estimulado. Só que ela mesma percebe, sem se dar conta, de que essas duas coisas não são suficientes, pois tem que “estar constantemente estudando, sendo orientado”. Ape-la, pois, sem se dar conta, para a ação do aluno, ação que não pode ficar entregue ao acaso; precisa ser orientada pelo professor.

As raras manifestações que poderiam ser classificadas como construtivistas vêm permeadas de concepções epistemológicas empiristas ou aprioristas. E mesmo as mais nitidamente construtivistas não vêm amparadas por uma fundamentação teórica que garante sua sobrevivência por longo tempo.

### **A Dinâmica da Sala de Aula**

A sala de aula da escola atual, de qualquer nível de ensino, responde ao que propõe a teoria exposta? Que mudanças essa teoria exige da prática escolar, da prática pedagógica e das práticas didáticas?

Como vimos à exaustão, o processo de desenvolvimento cognitivo é caracterizado fundamentalmente pela atividade do sujeito. Ele não adqui-

re nada a não ser pela sua atividade sobre o mundo (assimilação) que se desdobra em atividade sobre si próprio (acomodação). Essas ações, entre si complementares, caracterizadas neste texto como processo de abstração reflexionante, mediante reflexionamentos (assimilações) e reflexões (acomodações) constituem as capacidades cognitivas, ponto de partida de toda e qualquer aprendizagem. É nesse sentido que se pode dizer que, segundo Piaget, a aprendizagem é um epifenômeno do desenvolvimento. A aprendizagem depende em tudo do desenvolvimento; suas possibilidades são abertas ou limitadas pelo desenvolvimento cognitivo.

Vislumbrada sob a ótica da Epistemologia Genética, uma sala de aula caracteriza-se como atividade cognitiva, de alunos e professores. A passividade de qualquer dos polos da relação professor-aluno nega a verdadeira aprendizagem porque nega o que é fundamental ao desenvolvimento. Atividade, aqui, não significa apenas atividade física, desempenho corporal. O que era desempenho corporal no plano das ações comparece como desempenho cognitivo no plano conceitual. No limite, um aluno pode estar em intensa atividade embora fisicamente passivo, enquanto outro pode estar cognitivamente passivo embora fisicamente ativo.

Todas as minhas afirmações de hoje representam [...] o sujeito da aprendizagem como ativo. [...]. A aprendizagem é possível apenas quando há uma assimilação ativa. [...]. Toda ênfase [deve ser] colocada na atividade do próprio sujeito, e penso que sem essa atividade não há possível didática ou pedagogia que transforme significativamente o sujeito. (Piaget, *apud* Carlmichael, p.87).

O problema, pedagógico e didático, que se deve resolver numa sala de aula é o de garantir que os alunos estejam cognitivamente ativos, mesmo que aparentemente passivos. Nesse sentido, há aulas convencionais – comumente criticadas como “educação tradicional” – que exigem mais atividade dos alunos do que aulas autodenominadas construtivistas. Cabe, aqui, mais um alerta.

A ação, na Epistemologia Genética, é compreendida como “ação espontânea”, isto é, ação motivada; melhor, ação que brota do interesse do sujeito. Para compreender ação espontânea, na compreensão de Piaget, basta representar-se uma criança de quatro anos que, ao levantar-se pela manhã, vai ao cesto de brinquedos e escolhe um com o qual brincará toda a manhã; e isso sem interferência do adulto. “Espontâneo significa independente do ensino escolar, mas não, naturalmente, dos estímulos do meio social em geral” (Piaget, 1955/1968. p. 19, nota 1). Ação espontânea é o oposto de espontaneísmo na medida em que envolve atividade que brota da necessidade da estrutura cognitiva. E essa ação que conduz à criatividade e à inventividade rompendo as barreiras interpostas por epistemologias do senso comum que apostam no espontaneísmo do talento ou do dom ou na determinação externa dos estímulos.

Para apresentar uma noção adequada de aprendizagem é necessário explicar primeiro como o sujeito consegue construir e inventar, e não apenas como ele repete e copia (Piaget, *apud* Carlmichael, p.87).

O desafio aqui posto é o da constituição de práticas pedagógicas e didáticas que façam do ambiente escolar, especificamente de sala de aula, lugar de criação e invenção e não apenas de cópia e reprodução. De modo todo especial, lança-se esse desafio para o ensino de matemática.

## Referências

- BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2012a.
- BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor; o cotidiano da escola**. 15. ed. Petrópolis : Vozes, 2012b. 344p.
- BECKER, Fernando. **Epistemologia do professor de matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012c. 496p.
- BECKER, Fernando. **O caminho da aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire; da ação à operação**. 3ª ed. Petrópolis: Vozes, 2010. 296 p.
- BECKER, Fernando. Processo de aprendizagem e formação de professores na perspectiva piagetiana. In: NEVES DE OLIVEIRA, Francismara et alii (Orgs). **Educação em reflexão; contribuição teórica, atuação docente e pesquisa**. Londrina: Eduel, 2010. p. 57-74
- BECKER, Fernando. Alteridade e construção do sujeito. In: GUÉRIOS, Ettiène & STOLTZ, Tania (Orgs). **Educação e alteridade**. São Carlos: Edufscar, 2010. p. 111-126
- BECKER, Fernando. *Construtivismo: uma nova forma de pensar*. In: JERUSALINSKY, Alfredo et alii. 2. ed. Porto Alegre: Artes & Ofícios, 2010. p. 235-254
- BECKER, Fernando. Epistemologia genética e conhecimento matemático. In: BECKER, Fernando & FRANCO, Sérgio R. K. **Revisitando Piaget**. 3. ed. Porto Alegre : Ed. Mediação, 2012.
- BECKER, Fernando. Concepção de conhecimento e aprendizagem. In: SCHNAID, Fernando; ZARO, Milton Antônio; TIMM, Maria Isabel. **Ensino de engenharia; do positivismo à construção das mudanças para o século XXI**. Porto Alegre : UFRGS Ed., 2006. p. 123-146
- BECKER, Fernando. Um divisor de águas. **Viver mente e cérebro; memória da pedagogia** (Coleção, Nº 1, p. 24-33.). Rio de Janeiro : Ediouro; São Paulo : Segmento-Duetto, 2005.
- BECKER, Fernando. Tempo de aprendizagem, tempo de desenvolvimento, tempo de gênese – a escola frente à complexidade do conhecimento. In: MOLL, J. & Colaboradores. **Ciclos na escola, tempos na vida; criando possibilidades**. 2ª ed. Porto Alegre: Penso, 2013.
- BECKER, Fernando. **A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- MONTANGERO, Jaques & MAURICE-NAVILLE. **Piaget ou a inteligência em evolução**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

- PIAGET, Jean. A teoria de Piaget. In: MUSSEN, R.H. (Org.). *Carmichael, Psicologia da Criança*. Desenvolvimento Cognitivo I. São Paulo : EPU/EDUSP, 1977. v.4
- PIAGET, Jean. [1936] **O nascimento da inteligência na criança**. Rio de Janeiro : Zahar, 1978.
- PIAGET, Jean. [1937] **A construção do real na criança**. Rio de Janeiro : Zahar, 1978.
- PIAGET, Jean. [1945] **A formação do símbolo na criança; imitação, jogo e sonho; imagem e representação**. Rio de Janeiro : Zahar, 1978.
- PIAGET, Jean. [1955] Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias de la inteligencia. In: PIAGET, J.; BETH, E.W.; DIEUDONNE, J. et al. **La enseñanza de las matemáticas**. Madrid: Aguilar, 1968. Cap. I, p.3-28
- PIAGET, Jean. [1959] **Aprendizagem e conhecimento** (primeira parte). Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974.
- PIAGET, Jean. [1967] **Biologia e conhecimento**. Petrópolis : Vozes, 1973.
- PIAGET, Jean. [1969] **Psicologia e pedagogia**. 4.ed. Rio de Janeiro: Forense, 1976.
- PIAGET, Jean. [1971] **Para onde vai a educação?** Rio de Janeiro: J. Olympio, 1973.
- PIAGET, Jean. **Sobre a pedagogia; textos inéditos**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.
- PIAGET, Jean. [1972] **Problemas de psicologia genética**. Rio de Janeiro: Forense, 1973.
- PIAGET, Jean. [1972b] Desenvolvimento e aprendizagem. In: LAVATELLY, C. S. e STENDLER, F. **Reading in child behavior and development**. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972.
- PIAGET, Jean. [1974] **A tomada de consciência**. São Paulo: EDUSP/Melhoramentos, 1977.
- PIAGET, Jean. [1977] *Abstração reflexionante; relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- RBS 2012 - Campanha: **A educação precisa de respostas**. In: [http://www.clicrbs.com.br/sites/swf/html\\_video\\_numeroseducacao/index.html](http://www.clicrbs.com.br/sites/swf/html_video_numeroseducacao/index.html)