
ENSINO E APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Vanessa Lacerda Tarouco¹
Adelmo Carvalho da Silva²

Resumo

Este artigo é um recorte da pesquisa de mestrado intitulada “Ensino da divisão no primeiro ciclo do Ensino Fundamental: análise das práticas pedagógicas de professores”. O artigo em pauta busca compreender como as práticas pedagógicas, desenvolvidas por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, permitem aos alunos compreender a operação divisão. Por meio de observações de práticas escolares, realizaram-se as análises em duas dimensões: 1) interpretação das atividades propostas pelas professoras; 2) interpretação dos movimentos cognitivos realizados pelas crianças durante as aulas. Apresenta-se como base teórica a teoria dos campos conceituais de Vergnaud e epistemologia genética de Piaget. Os resultados apontam que o ensino da divisão, na etapa da alfabetização, precisa considerar aspectos do desenvolvimento infantil e priorizar o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático apresentado pelas crianças na realização das atividades escolares.

Palavras Chave: Operação divisão. Anos iniciais. Ensino e Aprendizagem.

¹ Mestre em Educação pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Professora da Rede Municipal de Cuiabá. E-mail: vanessaltarouco@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5029-4049>

² Doutor em Educação pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Professor do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). E-mail: adelmoufmt@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9995-0310>

TEACHING AND LEARNING THE DIVISION OPERATION IN THE ELEMENTARY EDUCATION

Abstract

This article is an excerpt from the research entitled: "Teaching division in the first cycle of Elementary Education: analysis of the pedagogical practices of teachers." The article in question seeks to understand how the pedagogical practices, developed by teachers who teach mathematics in the elementary education allow students to understand the division operation. Through observations of school practices, analyzes were carried out in two dimensions: 1) interpretation of the activities proposed by the teachers; 2) interpretation of cognitive movements performed by children during classes. The theoretical basis is Vergnaud's theory of conceptual fields and Piaget's genetic epistemology. The results indicate that the teaching of division, in the literacy stage, needs to consider aspects of child development and prioritize the development of the mathematical logical reasoning presented by the children in the performance of school activities.

Keywords: Division operation. Elementary Education. Teaching and Learning.

Introdução

Este trabalho propõe o desenvolvimento de reflexões sobre o ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, mais precisamente a operação de divisão. Apresenta, como foco principal de análise, as práticas pedagógicas desenvolvidas por professoras do terceiro ano do ensino fundamental. Desse modo, buscou-se analisar como as práticas podem contribuir para a compreensão da operação de divisão pelas crianças na sala de aula.

A intenção de elaborar o estudo emergiu da necessidade, sentida pela pesquisadora, de compreender os aspectos que permeiam o ensino e o aprendizado da operação de divisão, uma vez que esta encontrou dificuldades em trabalhar com esse conteúdo durante sua experiência como professora em turmas de terceiro ano do Ensino Fundamental.

Dentre os principais enfrentamentos que culminaram no desenvolvimento da pesquisa, destacaram-se: 1) a atitude mecânica apresentada pelas crianças em relação ao uso do algoritmo da divisão; 2) a dificuldade de convencer a escola a utilizar dinâmicas que não envolvessem o uso do algoritmo tradicional dessa operação; 3) a necessidade que alguns pais apresentavam de verem seus filhos operando algoritmos tradicionais como sinônimo de aprendizado.

Tais enfrentamentos fizeram emergir algumas reflexões: em relação ao primeiro, observou-se que trabalhar o uso do algoritmo parecia não ter trazido bons resultados para a turma, pois as crianças cometiam muitos erros, como, por exemplo, determinar um quociente cujo resultado da multiplicação com o divisor fosse maior que o dividendo. Além disso, no momento de fazer a correção dessa operação, as crianças que eram questionadas sobre suas respostas tendiam a apagar seus resultados antes mesmo de tentarem defender suas opiniões e, em seguida, perguntavam: “Como mesmo é que faz essa continha?”

A partir do exposto, ponderou-se que, ao trabalhar o uso do algoritmo, a prática de ensino corre o risco de se tornar meramente transmissiva; dessa forma, restam às crianças menos possibilidades de exercerem autonomia no desenvolvimento dos seus cálculos. Essa última análise ficou evidente quando era solicitado às crianças que, diante de seus erros, buscassem estratégias pessoais para solucionar a divisão. Assim sendo, a maioria utilizava-se do desenho, da mesma forma como tinha sido feito nas primeiras aulas sobre a divisão; logo, elas conseguiam encontrar a resposta correta, mas não percebiam onde tinham errado no uso do algoritmo.

Então, para que trabalhar o algoritmo da divisão com crianças pequenas se elas ainda sentem dificuldade de estabelecer relação entre a operação e o seu algoritmo? O observado, nessa experiência, foi que algumas práticas acerca do ensino da matemática podem limitar as crianças a uma atitude mecânica e, com isso, a matemática passa a ser entendida como um conjunto de regras arbitrárias. Kamii e Housman (2002) lembram que para a criança pequena o importante é aprender a pensar, e quando isso ocorre fica mais fácil aprender convenções matemáticas mais tarde.

No caso da divisão, Vergnaud (2009), por meio da teoria dos campos conceituais, evidencia o caráter amplo e complexo desta operação. Com isso, percebe-se que efetuar o algoritmo dessa operação não é sinônimo de aprendizagem do conceito. Esse último pode ser adquirido com apoio no algoritmo, mas, além dele, existem outros elementos que constituem o referido conhecimento.

Observou-se no contexto da sala de aula que alguns professores ainda possuíam uma concepção ligada ao ensino tradicional, em que o importante é desenvolver o conhecimento de técnicas. Essa concepção também foi observada em alguns pais; como mencionado anteriormente, o terceiro enfrentamento se

traduzia em estabelecer com os pais uma comunicação em que ficasse claro que saber realizar a técnica dos algoritmos não necessariamente significaria aprendizado efetivo. É possível que tal pensamento esteja ligado à própria história escolar dos pais.

Diante de tantos desafios que envolvem o ensino da matemática, a pesquisa e o recorte propostos neste artigo limitaram-se a investigar o ensino da operação divisão, no terceiro ano do Ensino Fundamental, apresentando a seguinte questão: como as práticas pedagógicas dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais podem contribuir para conduzir os alunos à compreensão da operação divisão?

Considerou-se aqui o termo “compreensão” como processo de elaboração de conceitos que ocorre mediante a coordenação de ações que cooperem na assimilação e formação de novos esquemas mentais, pelas quais as crianças consigam atribuir sentido ao conteúdo trabalhado, numa lógica alcançada por elas mesmas. Essa forma de entender o termo compreensão foi construída com base na teoria da epistemologia genética de Jean Piaget (1977, 1995, 1999), considerando, também, a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (2009), as quais serviram como base para a construção de elementos que ajudassem a responder à pergunta que fomentou este trabalho.

1. Aprendizagem da divisão na sala de aula

Com base na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (2009) entende-se que o desenvolvimento do conhecimento matemático ocorre de maneira complexa. A partir da ideia de campo conceitual passa-se a perceber a existência de relações entre os conteúdos matemáticos que colocam a aprendizagem em uma situação de movimento, na qual noções se relacionam para estabelecer novos conceitos ou ampliar um conceito já existente.

Baseado na teoria dos campos conceituais, Carraher (1998) percebe o caráter de “continuidade-descontinuidade” nos processos que fazem parte da construção dos conhecimentos. Para o autor,

[...] o desafio essencial de uma análise do desenvolvimento consiste em explicar B como continuação do que existia antes, isto é, A, reconhecendo ao mesmo tempo que B estabelece rupturas com o passado, abrindo, assim, novas perspectivas de evolução. (CARRAHER, 1998, p. 74)

A partir disso, julga-se que a aprendizagem das operações perpassa por um movimento progressivo, em que um determinado conhecimento permite o desenvolvimento de outro, que assumirá características próprias e, ao mesmo tempo, será produto de uma noção anterior.

Nesse sentido, a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (2009) oferece suporte para pensar a complexidade envolvida no processo de desenvolvimento das competências matemáticas. Isso porque o conhecimento matemático se caracteriza pelo estabelecimento de relações. Para o autor citado: “[...] todo edifício repousa sobre a noção de relação binária, de tal modo que é preciso, de início, saber falar da relação que existe entre dois objetos” (VERGNAUD, 2009, p. 76).

Para entender como essas relações ocorrem dentro de um campo conceitual, Vergnaud (2009) evidencia e classifica as relações em binárias, ternárias e quaternárias. A compreensão delas permite perceber como as operações matemáticas se desenvolvem.

O campo multiplicativo compreende as relações ternárias e quaternárias. Nessa perspectiva, serão explanados aspectos deste campo com a intenção de definir o conceito da divisão e subsidiar uma reflexão sobre a complexidade envolvida no processo de aprendizagem desse quadro conceitual.

1.1 Relações quaternárias

As relações quaternárias são compostas por quatro quantidades, de modo que duas são de determinada medida e as outras duas de outra medida. Com isso, elabora-se um quadro de correspondência entre as medidas em questão. Esse tipo de situação é também entendida pelo autor como “isomorfismo de medidas”, já que existe uma relação entre as medidas em questão.

Para entender melhor, observa-se o exemplo: “Em um pacote de figuras vem 5 figuras dentro. Junior comprou 3 pacotes. Quantas figuras Júnior comprou no total?”

Quadro de correspondência (VERGNAUD, 2009, p. 240):

Pacote	→	Figuras
1	→	5
3	→	x

Isolar essas quatro quantidades e estabelecer a relação entre elas permite encontrar o fator escalar (operador sem dimensão), ou seja, o número de replicações (NUNES; BRYANT, 1997) em jogo nessa situação. Esse caráter de replicação, abordado por Nunes e Bryant (1997), evidencia que a estratégia de ordem cognitiva, necessária para resolver esse tipo de problema, envolve a noção de proporcionalidade, marcando a diferença entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo. Para Nunes e Bryant (1997, p.142-143):

[...] há muito mais na compreensão da multiplicação e divisão do que calcular quantidades. A criança deve aprender e entender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de

invariáveis, todas estão relacionadas à multiplicação e à divisão, mas não à adição e subtração.

Portanto, é importante conduzir as crianças a perceberem as relações envolvidas entre os fatores apresentados, pois, como afirma Vergnaud (2009), todo cálculo é relacional. O tipo de situação apresentado anteriormente pode ser ensinado na escola multiplicando-se o número de pacotes pelo número de figuras por meio da representação “ $a \times b = c$ ” (VERGNAUD, 2009, p.239). Para o autor, tal representação é arriscada, pois ela apresenta somente três termos, não deixando evidente as relações envolvidas que, nesse caso, são quaternárias. Magina, Santos e Merline (2010, p. 7), ao citar um exemplo de relação quaternária envolvendo quantidades de bombom e o preço por bombom, contribuem com a discussão, afirmando:

O entendimento das relações quaternárias possibilita aos estudantes compreender o porquê de se multiplicar o preço de um objeto pela quantidade deste (reais por bombom) e o resultado é dado em reais e não em balas. Além disso, amplia os procedimentos de resolução, podendo pensar no fator escalar como estratégia ou ainda no fator funcional (conhecimento de base que é central para o trabalho com as funções nos anos mais avançados de escolaridade).

Com base na existência de relações quaternárias é possível a construção de diversos problemas, dos quais serão mencionadas duas situações envolvendo divisão, ambas extraídas de Vergnaud (2009):

Situação 1: “Paguei R\$ 12,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custa cada garrafa?” (VERGNAUD, 2009, p. 239).

Nesse exemplo, o autor indica que ao dividir 12 por 3 o operador escalar: $\div 3$ é encontrado para estabelecer o preço de uma garrafa de vinho.

Situação 2: “Pedro tem R\$ 12,00 e quer comprar pacotes de bala a R\$ 4,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?” (VERGNAUD, 2009, p. 240).

Nesse exemplo, o valor da unidade de pacote é estabelecido por uma cota no valor de 4 reais, de modo que ao dividir 12 reais por 4 reais encontra-se quantos pacotes são possíveis comprar.

Para Vergnaud (2009, p.243), esses dois exemplos de divisão “não colocam em jogo os mesmos cálculos relacionais.” Tal afirmação se justifica porque os caminhos percorridos para estabelecer as relações entre as informações dadas pelos problemas são diferentes, ou seja, enquanto no primeiro se parte do valor total de todos os vinhos comprados, no segundo se parte do valor de um pacote de balas para saber quantos são possíveis comprar no total.

Buscou-se, a partir desses dois exemplos de divisão, demonstrar que os caminhos para se chegar à divisão podem não ser sempre os mesmos. A operação aritmética empregada nos dois problemas é divisão, entretanto o cálculo relacional atribuído para se chegar à divisão é diferente. Esse é um ponto que merece atenção nas aulas de matemática nos anos iniciais, pois o objetivo da educação se direciona para que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico-matemático e tenham autonomia para resolver problemas.

1.2 Relações ternárias

Problemas envolvendo o conceito de divisão também podem estar implicados em relações ternárias. Para Vergnaud (2009, p.63), elas ocorrem quando “a relação é ela própria considerada um elemento”, sendo diferente de situações envolvendo isomorfismo de medidas. Agora trata-se de situações de produto de medidas. Observa-se o exemplo extraído de Vergnaud (2009, p.254): “Trocando somente de pulôver e de cachecol, Ana pode ter 15 trajes diferentes. Ela tem três pulôveres, quantos cachecóis ela tem?”. Nessa situação, a combinação entre pulôver e cachecol forma um terceiro conjunto estabelecido pela relação entre pulôver e cachecol. Além de problemas envolvendo

combinatória, atividades para encontrar dimensões de área também estão implicadas nas relações ternárias.

Essas duas classes de relações, quaternárias e ternárias, e suas subclasses não são fáceis de serem exploradas em sala de aula e cada uma delas envolve níveis de dificuldades diferentes. Logo, não se pretende aqui propor uma forma de trabalhá-las. O que se quis foi apenas evidenciar que a matemática está estritamente ligada à capacidade de pensar logicamente sobre as relações existentes entre os elementos que compõem determinadas situações.

Nesse sentido, o aprendizado da divisão depende da condução a análises das relações entre os objetos apresentados na situação problema, levando em consideração o raciocínio que as crianças são capazes de fazer. A compreensão de um conceito demanda tempo, pois, como dito anteriormente, o conceito envolve uma rede de sentidos que se amplia.

Perceber a variedade de situações que envolve a operação de divisão e compreender que cada uma delas implica o uso de diversas estratégias de raciocínio é importante para o planejamento das aulas de matemática. Considerar esses aspectos permite ao professor ter mais clareza dos objetivos de sua aula, assim como compreender as noções que estão em jogo no desenvolvimento da criança.

Foi a partir da leitura exposta que se buscou analisar e compreender como as práticas de ensino podem conduzir as crianças a compreenderem a operação de divisão.

2. Metodologia

Para responder quais possibilidades de aprendizagem do conceito de divisão estão sendo desenvolvidas com os alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental, foram realizadas observações participativas das aulas de duas

professoras de escolas diferentes ao longo de 4 meses, com a intenção de verificar as principais práticas desenvolvidas na escola referentes ao conteúdo em questão.

Para este artigo, tomou-se como referência de análise, apenas, três atividades observadas ao longo da pesquisa. O critério de escolha para as atividades que serão apresentadas ocorreu com base no aparecimento da divisão como possível assunto de aula, vale ressaltar que ao longo das observações buscou-se não interferir nas aulas das professoras participantes, pois a ideia era, também, analisar como o assunto da divisão aparecia no contexto do terceiro ano do ensino fundamental e como ele era trabalhado. Nesse sentido, buscou-se a parceria de professoras de escolas públicas que estivessem dispostas a abrir suas salas de aula para que a pesquisa ocorresse; para isso foram realizadas entrevistas, nas quais as professoras pudessem entender o teor do estudo. Durante essas entrevistas, as professoras evidenciaram receio em relação ao conteúdo da divisão, afirmando que o mesmo só seria trabalhado mais, ao final do 4º bimestre. Foram entrevistadas quatro professoras de escolas públicas diferentes, das quais somente três aceitaram participar e, ao longo das observações, somente duas desenvolveram atividades em que a divisão apareceu. Com isso, uma das informações obtidas desse estudo foi que o conceito de divisão foi pouco desenvolvido nas turmas de terceiro ano investigadas. Entretanto, para esse artigo nos interessa analisar, nas possibilidades que apareceram, como o processo de ensino-aprendizagem da divisão foi tecido. Com poucas atividades para analisar optamos por escolher a atividade que mais tomou tempo de reflexão na sala de aula da professora que aqui chamaremos de A. Já para a professora denominada B, escolhemos duas atividades, também considerando o tempo de aula utilizado para a reflexão com as crianças, apesar de ser um tempo menor do que o utilizado pela professora A.

As práticas de ensino foram analisadas, principalmente, por meio da observação participativa que permitiu compreender um pouco das perspectivas metodológicas e a intencionalidade das atividades das professoras para com as crianças. Ainda, durante as observações foi possível verificar como os alunos interagiram e quais questionamentos realizaram diante das atividades. Os movimentos apresentados pelas crianças foram evidências sobre o sentido que elas estavam atribuindo ao conteúdo ensinado.

Trata-se, portanto, de uma pesquisa qualitativa que buscou compreender os aspectos que permeiam o ensino e a aprendizagem da operação divisão.

3. Práticas de ensino

Neste tópico pretendemos apresentar as práticas selecionadas e refletir sobre elas. Iniciamos nossa análise com a proposta desenvolvida pela professora A. Ela começou a aula de matemática pedindo para as crianças formarem grupos de três; após os grupos formados, ela informou que iria contar uma história e que as crianças precisariam ficar atentas para saber o que fazer durante a aula.

Assim seguiu a fala da professora: *“Era uma vez um pai que tinha três filhos, e no bolso do pai havia 72 reais que ele daria para os filhos comprarem um presente para a mãe”*³. Nesse momento, ela pediu que uma criança de cada trio se deslocasse até a caixa do material dourado e pegasse a quantidade de peças que representa 72. Ela auxiliou nesse processo e, quando as crianças voltaram aos seus grupos, conferiu se cada uma delas possuía a quantidade certa. Todas pegaram sete barras de dezenas e dois cubos de unidades. Então a professora perguntou às crianças: *“o que vocês podem fazer com esse dinheiro?”* Algumas

³ O tema trabalhado durante essa semana na escola era sobre o dia das mães.

responderam que era para comprar um presente para a mãe. A professora seguiu fazendo questionamentos: “*Que outras formas de usar esse dinheiro os filhos podem utilizar?*”. As crianças pensaram um pouco, e uma aluna falou baixinho: “*Dividir*”. Outro aluno segurou as sete barras de dezenas e disse, gesticulando entre os colegas do seu grupo: “*Faz assim, dá um pra esse, outro pra ele*”, e assim por diante. A professora completou sua argumentação: “*Se dividir o dinheiro, cada filho pode escolher um presente para sua mãe*”. Nesse momento, em todos os grupos, houve a divisão das peças do material dourado; em todos, as crianças fizeram a distribuição peça por peça, distribuindo primeiro as sete barras de dezenas. Logo elas perceberam que não seria possível distribuir sete barras por três crianças de maneira igualitária. A mesma constatação serviu para os dois cubinhos de unidade. Na sequência, a professora passou de grupo em grupo, perguntando o que eles iam fazer com aquele “dinheiro”, o qual julgavam não ser possível dividir. Alguns disseram que iriam devolver para o pai e outros que iriam deixar de lado. A professora pediu que eles dissessem quanto dinheiro ficou de fora. As crianças anunciaram 12; então ela perguntou: “*Não tem como dividir 12 por 3?*”. Algumas crianças ficaram pensando e outras disseram que poderia, mas que não podiam quebrar a peça da dezena. A professora ajudou: “*Mas pode trocar as peças por quantidades iguais*”, e mais uma vez pediu que um aluno de cada grupo se deslocasse até a caixa de material dourado e trocasse a peça da dezena por dez cubos de unidades. Ao voltarem para os grupos, as crianças iniciaram a distribuição das peças que trocaram; alguns realizaram a distribuição peça por peça, outros de dois em dois elementos. A professora permitiu que as crianças, sozinhas, fizessem isso, sem interferir ou ajudar. Apenas depois de um tempo, ela se dirigiu aos grupos para verificar se conseguiram distribuir de maneira igualitária e concluiu que todos foram bem-sucedidos na atividade da partição. Após isso, a professora perguntou quanto cada filho recebeu, ao que as crianças anunciaram: 24 reais.

A seguir são apresentadas imagens da atividade realizada, com início representado pela Figura 1, ou seja, a divisão das peças:



Figura 1 – Atividade proposta pela professora A

Fonte – Arquivo pessoal da pesquisadora

Em seguida, a professora pediu para as crianças representarem o início dessa história no caderno por meio de desenhos. Ela inicia um desenho no quadro, no qual busca representar todas as etapas realizadas pelas crianças, até mesmo a troca da barra da dezena pelas unidades, como mostra a Figura 2, seguinte:

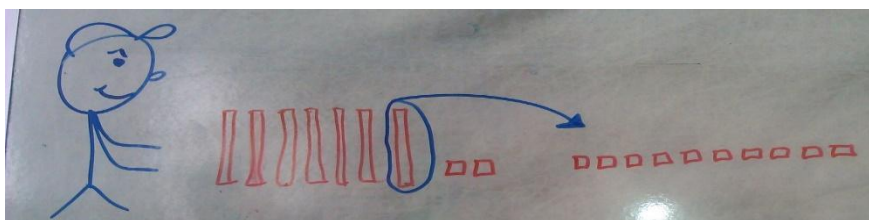


Figura 2 – Estratégia de representação utilizada pela professora A

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A docente, então, retoma a história com as crianças para que possam dar continuidade à representação pictográfica. A Figura 3, a seguir, mostra como uma das crianças registrou essa atividade no caderno:

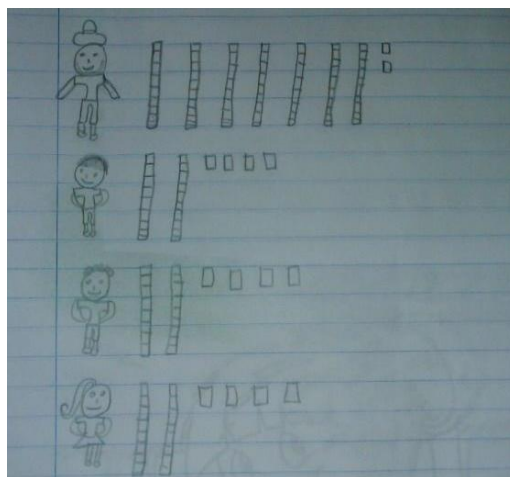


Figura 3 – Caderno de aluno da professora A

Fonte – Arquivo pessoal da pesquisadora

Nota-se que em sua proposta a professora A buscou expor as crianças a um contexto de desafios que, para serem por elas enfrentados, exigiam-lhes a elaboração de ideias sobre os números e como operar com eles.

Anteriormente, neste trabalho, referimo-nos à aprendizagem como um processo de elaboração gradativa, em que um conhecimento conduz à formação de outros. Nota-se, na atividade exposta acima, que a professora A propõe uma situação em que as crianças devem agir sobre os objetos, a fim de encontrar uma solução, e nessa busca elas elaboram estratégias de distribuir os objetos do material dourado que possuem em mãos.

Analisemos como isso acontece: no caso proposto pela professora A, os alunos precisavam dividir 72 reais por três crianças, o que implica lidar com três conjuntos: a quantidade de dinheiro, a quantidade de crianças e a quantidade

de dinheiro por criança. Este último conjunto supõe estabelecer uma relação entre os dois primeiros conjuntos (dinheiro e crianças); é com base nessa relação que a operação divisão irá se estabelecer, lembrando, que se trata de um problema que sugere a relação quaternária, uma vez que é possível perceber a seguinte relação:

Reais	→	Criança
72	→	3
?	→	1

O conjunto quantidade de dinheiro por criança implica a ideia de compreender a relação existente entre as duas medidas: crianças e dinheiro. A resolução desse tipo de problema envolve a divisão de um todo em partes iguais.

Observa-se que, para resolver o problema dado, inicialmente as crianças se ativeram a fazer uma distribuição equitativa dos objetos - as peças do material dourado - que estavam sobre a mesa, distribuindo-os um a um para cada criança. Como as crianças tinham 7 barras de dezenas e 2 cubos de unidades do material dourado, elas distribuíram, uma a uma, 6 barras, de forma que cada criança ficou com 2 barras. Porém, elas não perceberam que a barra de dezena restante poderia ser somada com as unidades disponíveis, formando 12 unidades, de forma que o processo de distribuição equitativa poderia ser continuado. Neste momento, elas estavam focadas na ação de dividir os objetos em si e não compreenderam a quantidade abstrata que eles representavam.

O que a professora faz depois de resolverem o problema é auxiliar e pedir que as crianças ilustrem a solução encontrada. O movimento da ilustração parece bastante pertinente, à medida que conduz as crianças a retomarem,

refletirem e registrarem suas ações, dando início ao processo de coordenação conceitual. Piaget demarca a coordenação conceitual como “[...] uma generalização com compreensão progressiva de todas as possibilidades inerentes ao dispositivo dado e, em seguida, unicamente, aplicação à ação realizada que se trata de interpretar” (PIAGET, 1977, p.37). Com isso, as crianças ganham a oportunidade de tomar consciência de suas ações e percebê-las como um mecanismo na solução do problema abordado. Considera-se, portanto, que a proposta da professora A expõe as crianças a um espaço de construção do conhecimento.

Analisaremos, agora, propostas para o ensino da divisão desenvolvidas pela professora B. A mesma se utiliza da oportunidade oferecida pelo livro didático para trabalhar com a divisão. A Figura 4, adiante, apresenta uma tarefa que deveria ser realizada em casa, pelas crianças, de acordo com a orientação da docente.

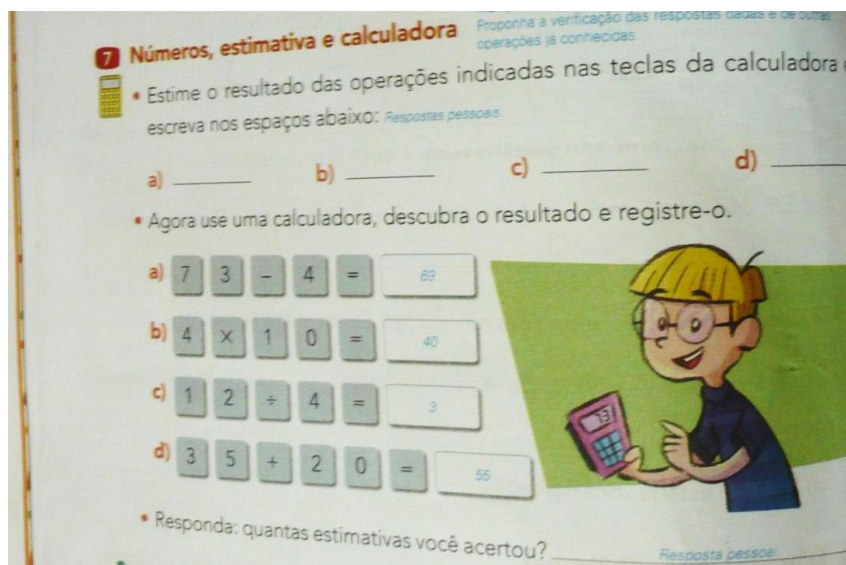


Figura 4 – Atividade do livro didático utilizada pela professora B

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No outro dia, a professora B iniciou a aula de matemática com a correção da tarefa. Observa-se que o objetivo da atividade foi trabalhar com estimativas e uso da calculadora, mas, como algumas crianças informaram não ter utilizado a calculadora, a professora optou por uma correção rápida, visto que a maioria apresentou as respostas corretas na tarefa.

A atividade proposta pelo livro não aborda as operações a partir de situações, o que para Vergnaud (2009) seria importante à medida em que são elas que permitem a construção das ideias que envolvem o conceito. Contudo, ainda assim, a professora B tinha a oportunidade de pensar e refletir junto com as crianças alguns aspectos do comportamento dos números em cada operação, inclusive poderia abordar os significados da divisão - por partição e por quociente - e sobre as estimativas no campo multiplicativo.

Embora algumas crianças anunciassem ter errado, a professora seguiu com uma breve correção, como mostra a Figura 5, a seguir.

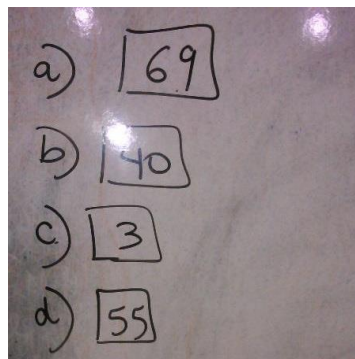


Figura 5 – Correção da tarefa de matemática realizada pela professora B

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Tal maneira de corrigir a tarefa não conduziu os alunos a pensarem sobre as operações, pois pouco foi debatido sobre os significados dos valores envolvidos em cada uma delas. Convém analisar que a divisão foi apresentada

de maneira descontextualizada, o que empobrece a formação do próprio conceito, uma vez que ele pode estar implicado em situações que se solucionam por caminhos diferentes, conforme vimos no tópico 1 deste estudo. Ou seja, desenvolver situações-problema conduz os sujeitos a pensarem as relações que se estabelecem entre os elementos envolvidos no problema, e permite a construção de representações e elaboração de significação do conceito.

Uma segunda atividade, proposta pelo livro didático, mas, dessa vez, realizada durante a aula, era a seguinte:

Nas operações a seguir, como você faz? Relate para os colegas.

a) $3 \times 20 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $90 \div 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ao serem expostas a esta tarefa, percebe-se que as crianças ainda estavam em um estágio inicial em relação à simbologia matemática. A professora, por sua vez, explicou que aquele símbolo é o da divisão e acrescentou: “90 dividido por 2 é a metade de 90”. Ressalta-se que as crianças não exploraram de forma autônoma possibilidades de resolução para esta questão. E frente aos primeiros pedidos de apoio à professora, a mesma foi ao quadro e apresentou a resolução da tarefa, conforme imagem (Figura 7) e descrição, a seguir:

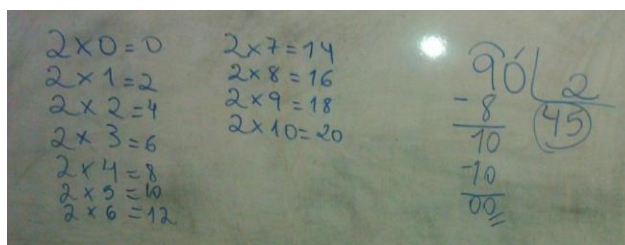


Figura 7 – Explicação da atividade de divisão realizada pela professora B

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A professora explicou: “A gente precisa usar a tabuada, porque a divisão é a operação inversa da multiplicação [...], a divisão também pode ser representada por essa chave, então a gente olha na tabuada qual o número na tabuada mais próximo do 9 [...]”.

É importante resgatar, neste momento, a história da professora B com a matemática escolar. A educadora informou, em entrevista, que a matemática não era uma disciplina difícil para ela no início de sua escolarização, pois conseguia realizar bem as técnicas algorítmicas. Mas, durante a entrevista, ela reconheceu que a reprodução de técnicas não é suficiente para a aprendizagem e, por esse motivo, busca utilizar materiais concretos para tentar tornar sua proposta pedagógica mais significativa do que a recebida por ela em sua trajetória escolar. Entretanto, superar a reprodução de métodos de ensino é uma tarefa que exige constante reflexão, além de condições para formação continuada. O foco deste trabalho foi analisar de que maneira as práticas de ensino desenvolvidas na escola podem contribuir e conduzir as crianças a elaborarem conhecimentos sobre a operação divisão. Nesse sentido, não ampliaremos aqui a discussão sobre o contexto envolvido nas práticas das professoras, apesar de considerarmos um ponto relevante nas discussões sobre educação matemática.

Verifica-se que a professora B apresenta explicações baseadas em demonstrações formalizadas, carentes de discussões que induzam as crianças a pensarem de maneira concreta o significado das relações entre os números envolvidos na operação. O conjunto de explicações, tais como: “90 dividido por 2 é metade de 90”, bem como informar que a divisão é a operação inversa da multiplicação e, por fim, demonstrar o algoritmo no quadro não permitiram às crianças agirem sobre o objeto de estudo; elas apenas receberam informações de forma arbitrária, inviabilizando, dessa forma, qualquer construção cognitiva. Para Piaget (1999, p.70):

[...] as ações constituem o ponto de partida das futuras *operações* de inteligência. A operação é, assim, uma ação interiorizada, que se torna reversível e que se coordena com outras, em estruturas operatórias de conjunto. [...] As operações se constituem em duas etapas sucessivas: uma concreta, entre 7 e 8 anos, mais próxima da ação, e a outra formal ou proposicional, somente depois dos 11-12 anos.

As explicações oferecidas pela professora B só poderiam ser válidas se as crianças já conseguissem pensar de maneira proposicional, se já tivessem construído o significado da operação e a compreendido. Em outras palavras, a apresentação do algoritmo não traduziu aspecto algum sobre o significado da operação, impossibilitando uma reflexão sobre o campo multiplicativo (VERGNAUD, 2009). A professora poderia ter oferecido exemplos de situações, o que possibilitaria a explorar a divisão como partição - “Distribuindo 90 figurinhas entre 2 crianças, com quantas figurinhas cada criança ficaria?” - e de divisão como quotição - “Quantos pacotes com 2 figurinhas em cada um poderiam ser feitos com 90 figurinhas?” Essas duas situações podem tornar mais concretas as quantidades e suas relações com o algoritmo.

Para ser operatória, a representação deve aplicar-se à realidade, e isto é tão verdadeiro quanto o critério da prática é verdadeiro para as representações da criança assim como para todo saber. A verificação do conhecimento está na ação, mais precisamente na ação para transformar o mundo externo. (VERGNAUD, 2009, p. 309)

Nesse sentido, Vergnaud (2009), assim como Piaget (1999), salientam a importância das ações das crianças na construção dos conhecimentos, sendo a criação de hipóteses e representações próprias um elemento fundamental para a compreensão.

A tarefa proposta envolve somente a aplicação de um algoritmo, que apresenta uma regra com uma série de procedimentos a serem feitos para a resolução do problema dado. Contudo, “As regras, por mais simples que sejam, arriscam-se a não ser compreendidas exceto se apoiadas em uma compreensão [...]” (VERGNAUD, 2009, p. 310). Por isso, é importante considerar que mesmo o

algoritmo precisa ser relacionado com os problemas propostos para, aos poucos, trazer sentido ao conceito trabalhado.

A criança não adquire hábitos, mas regras, as quais podem e devem aplicar-se a problemas novos. Ela não as adquire solidamente, a menos que as compreenda, quer dizer, perceba as ligações que as regras mantêm com a estrutura relacional dos problemas aos quais se aplicam. (VERGNAUD, 2009, p. 313-314)

Nesse sentido, o trabalho com as operações precisa ser compreendido pelo professor como mais do que apresentar um conjunto de regras abstratas, pois o algoritmo é somente uma representação do conceito.

Considerações

Para finalizar, faz-se necessário levantar alguns pontos sobre o contexto da pesquisa: tratou-se da investigação de duas pedagogas que atuam no terceiro ano do Ensino Fundamental, sendo que ambas relataram ter tido dificuldades com a disciplina de matemática durante sua trajetória escolar.

Buscou-se, por meio das análises apresentadas, utilizar as contribuições da epistemologia genética e dos campos conceituais para fomentar uma discussão sobre os aspectos implicados nos processos de ensino e aprendizagem da operação de divisão no final do primeiro ciclo.

Nesse sentido, a pesquisa e os dados apontados no artigo mostraram que, em alguns casos, ainda é necessário, para professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, perceber que os conteúdos matemáticos servem de base para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático dos alunos. Ficou evidente que a construção de conhecimentos formalizados, tais como

algoritmos, deve ocorrer em resposta a um pensamento que consegue inferir quais ações estão compreendidas na representação sistemática de determinado conteúdo.

Observou-se, ainda, que o ensino de matemática - no caso apresentado, da divisão - na escola nos remete às concepções que os professores conceberam ao longo de sua história. Algumas destas visões ainda permanecem nos livros didáticos utilizados por eles e que possuem uma estrutura que não lhes permite ressignificar a educação matemática. Estas características ficaram bastante evidentes na forma como a professora B atua em sala de aula ao apresentar tarefas cuja solução se restringe ao uso dos algoritmos. Além disso, é importante considerar que, ao fazer intervenções apresentando a solução antes que os estudantes tenham a possibilidade de se debruçar sobre a tarefa dada, a professora B interfere no processo de descoberta e construção do conhecimento presente na tarefa.

A professora A, por sua vez, procurou conduzir as crianças a desenvolverem formas de dividir se apoiando em uma situação que envolvia a ideia de divisão e em objetos concretos - no caso, o material dourado. A concepção da professora valoriza o fato de que é importante ter controle dos objetos antes do desenvolvimento de qualquer representação. Além disso, ela propõe situações que parecem ter ajudado no enfrentamento do desafio da resolução da tarefa e na compreensão das ideias matemáticas envolvidas. A professora A não se preocupa em desenvolver técnicas, mas sim em conduzir as crianças a buscarem caminhos que permitam que elas elaborem estruturas mentais pertinentes à construção do conceito de divisão e ao campo multiplicativo.

No recorte apresentado neste artigo, foi possível refletir a respeito da complexidade envolvida nos processos de ensino e aprendizagem da

matemática. Considera-se que é preciso ir além dos algoritmos, já que o conhecimento matemático é uma construção que envolve sentidos que precisam ser descobertos para que haja domínio dos conceitos. Busca-se evidenciar que o algoritmo precisa ser relacionado com situações-problema que trazem sentido às ideias matemáticas.

De maneira geral, foi possível constatar a partir dessas vivências e reflexões que ainda existem alguns pontos sobre o ensino da matemática que precisam ser melhor discutidos para que haja uma compreensão sobre os objetivos do ensino da matemática na escola e quais as possibilidades de alcançá-los com maior efetivação.

Referências

CARRAHER, D. Relações entre razão, divisão e medida. In: SCHILIEMANN, A; CARRAHER, D. **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**. Campinas, SP: Papyrus, 1998.

KAMII, C.; HOUSMAN, L. B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Trad. Cristina Monteiro. 2.ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINE, V. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? contribuição para o debate. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana**, v.1, n.1, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/issue/view/147>. Acesso em: 31 jul. 2023.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, J. **Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Trad. Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. Trad. Edson Braga de Souza. São Paulo: Melhoramentos, Ed da Universidade de São Paulo, 1977.

PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. Trad. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24.ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

Recebido 08/11/2023

Aprovado 14/02/2024