

---

## CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE PIAGET PARA ALÉM DA ADOLESCÊNCIA: O FAZER E O COMPREENDER NAS SIGNIFICAÇÕES DE UNIVERSITÁRIOS NA RESOLUÇÃO DO JOGO TORRE DE HANÓI

---

**Leandro Augusto dos Reis<sup>1</sup>**  
**Francismara Neves de Oliveira<sup>2</sup>**  
**Orlando Mendes Fogaça Jr<sup>3</sup>**  
**Lilian Alves Pereira Peres<sup>4</sup>**  
**Jamille Mansur Lopes<sup>5</sup>**  
**Eglin Ribeiro dos Santos<sup>6</sup>**

### Resumo

Este estudo se pautou nos princípios do método clínico-crítico piagetiano (CARRAHER, 1983; DELVAL, 2002), tendo como foco a abordagem microgenética (INHELDER; CELLÉRIER et al., 1996). A microgênese, como desdobramento do método clínico-crítico, enfatiza os processos funcionais que estão em curso na resolução dos problemas. Refere-se ao funcionamento e aos processos em construção manifestos nas ações do sujeito, para além do estudo das estruturas que organiza e dirige o pensamento, o qual Piaget se dedicou. Esta pesquisa se propôs investigar as significações de universitários acerca do processo da tomada de consciência das ações e das relações entre a conceituação e ação material na resolução do jogo Torre de Hanói. Os participantes da pesquisa foram quatro acadêmicos da 1ª a 4ª série do curso de Licenciatura em Música de uma Universidade pública do Estado do Paraná. Na análise dos dados levou-se em

---

<sup>1</sup> Docente do Departamento de Música e Teatro - Universidade Estadual de Londrina. E-mail: [ars\\_leandro@uel.br](mailto:ars_leandro@uel.br) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2502-8902>

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Educação - Universidade Estadual de Londrina. E-mail: [francis.uel@gmail.com](mailto:francis.uel@gmail.com) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0809-2304>

<sup>3</sup> Docente do Departamento de Estudos do Movimento Humano da Universidade Estadual de Londrina - UEL. E-mail: [orlandojr@uel.br](mailto:orlandojr@uel.br) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8626-6293>

<sup>4</sup> Docente do Departamento de Pedagogia - Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: [lapperes@uem.br](mailto:lapperes@uem.br) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7058-7164>

<sup>5</sup> Acadêmica de Pedagogia - Universidade Estadual de Londrina. E-mail: [jamil-le\\_mansur@hotmail.com](mailto:jamil-le_mansur@hotmail.com) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7660-3882>

<sup>6</sup> Mestranda do Programa de Pós-graduação em Educação - Universidade Estadual de Londrina. E-mail: [eglin\\_ribeiro@hotmail.com](mailto:eglin_ribeiro@hotmail.com) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3117-3196>

Todos os autores são membros do Grupo de Pesquisa "Projetos de escolarização no cotidiano escolar", cadastrado no CNPq.

conta as significações dos sujeitos quanto à tomada de consciência das ações e das relações entre a conceituação e ação material, seja no plano do saber fazer e do compreender (PIAGET, 1977; 1978). Todos os participantes resolveram a situação-problema imposta pelo material da *Torre de Hanói*, porém com graus diferentes de resolução. Dois participantes obtiveram sucesso imediato na resolução das torres com dois e três discos. No caso da torre com quatro discos, um dos sujeitos obteve êxito parcial e o outro obteve êxito pleno. Já na torre com cinco discos, apenas um participante obteve êxito pleno. Desse modo, constata-se que o jogo se complexifica à medida que os discos são acrescentados às torres. Compreende-se que as instituições de ensino, sejam elas de educação básica ou superior, são espaços fundamentais de socialização. Por essa razão, podem apropriar-se de tais conhecimentos como um dos pontos de partida para a reflexão e reestruturação de suas práticas pedagógicas.

**Palavras Chave:** Fazer e Compreender; Tomada de Consciência; Jogo Torre de Hanói; Ensino Superior.

## **CONTRIBUTIONS OF PIAGET'S THEORY TO BEYOND ADOLESCENCE: SIGNIFICANCES OF DOING AND UNDERSTANDING ON THE CASE OF UNDERGRADUATE STUDENTS SOLVING THE TOWER OF HANOI PUZZLE**

---

### **Abstract**

The present study was based on the principles of the piagetian critical clinical method (CARRAHER, 1983; DELVAL, 2002), particularly focusing on the microgenetic approach (INHELDER; CELLÉRIER et al., 1996). As a development of Piaget's clinical method, microgenesis focuses on ongoing functional processes during problem solving. It refers not only to the study on the structures that organize and drives human thought, subject of Piaget's dedication, but also to the operation and in-construction processes manifested in the subject's actions. This research aimed at investigating undergraduate students' significance concerning the grasp of consciousness in actions and relations between conceptualization and physical action while solving the Tower of Hanoi puzzle. Considered subjects were four students of Music at State University of Paraná (Brazil), from 1st to 4th years. In the data-analysis process, we considered the subjects' significance concerning the grasp of consciousness of actions and relations between conceptualization and physical action, in either the knowing or understanding scheme (PIAGET, 1977; 1978). All participants solved the problem imposed by the Tower of Hanoi puzzle, though with different difficulty levels. Two subjects obtained immediate success in solving the tower with two and three disks. In the case of the tower with four disks, one subject partially succeeded while another fully accomplished the task. Only one subject successfully finished the tower with five disks. Therefore, one finds that the puzzle increasingly complexifies as disks are added to the towers. Based on the findings of this work, educational institutions, as fundamental environments of socialization, may appropriate such knowledge a starting point towards the reflection and restructuration of their pedagogical practices.

**Keywords:** Doing & Understanding; Grasps of consciousness; Tower of Hanoi; University education.

### Considerações iniciais

Os estudos e pesquisas piagetianos que investigam a construção do conhecimento no contexto do ensino superior, ou mesmo com a população de jovens adultos, em comparação com outros contextos, ainda é um assunto menos explorado e pesquisado nesse referencial teórico. Em levantamento realizado para esta investigação, tomou-se como base estudos publicados na última década e que abordam o desenvolvimento de jovens e adultos à luz da perspectiva piagetiana. Para tal, foram consultadas as publicações que constam na plataforma *Scielo* e no próprio site da revista *Schème*. Os resultados foram oito produções, reunidas em três categorias: 1) Contexto escolar; 2) contexto não escolar; e, 3) jogos; que passam a ser descritas.

Na primeira categoria foram selecionados seis estudos que abordam diferentes contextos escolares. Duro e Becker (2015) analisaram os mecanismos utilizados por estudantes do ensino médio na resolução de situações experimentais de análise combinatória, a fim de compreender como esta noção é por eles construída. Bartelmebs et al. (2019) realizaram um estudo exploratório sobre os modelos de significação de professores de Ciências do ensino fundamental, tendo como foco conteúdos de Astronomia, em especial sobre as estações do ano.

Freire e Oliveira (2018) realizaram um estudo da evolução da noção social de greve por meio das significações construídas por alunos de ensino médio e superior. Também em diferentes níveis de ensino, Guilhermino e Silva (2020) investigaram a representação da imagem de deus em crianças, adolescentes e jovens adultos. No contexto do ensino superior, Rosseti et al. (2012) analisaram as possíveis correlações entre o desenvolvimento de certas noções operatórias, metacognição e dificuldades de aprendizagem em universitários em cursos da área de exatas. De modo prático, Silva e Frezza (2011) apresentam possi-

bilidades metodológicas de pesquisa que atendam as especificidades do adulto por meio do método clínico.

Na segunda categoria, denominada “contexto não escolar”, foi localizada apenas uma produção, cujo objetivo foi analisar a forma como três adultos membros de comunidades indígenas examinam suas próprias práticas culturais e sua relação com os direitos dos povos (FRISANCHO; RAMOS, 2014). Na última categoria, que trata especificamente do jogo, enquadra-se a produção de Canal e Machado (2018). Os autores, por meio de um jogo de tabuleiro, analisaram as noções de condutas de cooperação entre jovens de uma escola de ensino técnico.

Percebe-se por esse levantamento a escassez de produções que se propõem a investigar o desenvolvimento de jovens e adultos na perspectiva piagetiana, sobretudo daquelas que fazem uso do jogo nesse contexto. O jogo recebe especial destaque por ter sido o foco desta investigação.

Para Piaget (1977; 1978), o jogo é um tipo de interação significativa à construção do conhecimento, pois integra duas dimensões importantes do processo de tomada de consciência: a atividade prática de conhecer um objeto e sua apropriação em um sistema de relação lógica pertencente ao sujeito-autor. Neste caso, os procedimentos empregados pelos jogadores são evidenciados pela transformação das ações em ações mentais como um processo gradativo de regulações ativas e conscientes. Ao abordar o espaço do jogo na perspectiva piagetiana, Oliveira (2005, p. 16) destaca:

O jogo, nessa concepção, é percebido como um elemento desencadeador de situações que permitem a inter-relação dos processos e mecanismos necessários à construção do conhecimento e constituem por si mesmos, situação problema carregada de desafios ou estratégias para resolução. O jogo pode desencadear, através de sua estrutura, os mecanismos necessários ao processo de tomada de consciência como, por

exemplo, ao ter o sujeito que controlar os meios e criar estratégias adequadas para vencer os obstáculos impostos pela situação lúdica. Dizemos então que o jogo pode ser o elo entre a ação e a compreensão com reflexão da ação, no sentido de estabelecer relações entre a atividade prática de conhecer um objeto e a sua apropriação do mesmo em um sistema de relação lógica que pertence ao sujeito.

Em diversas obras Piaget analisa os procedimentos de jogadores nos jogos de regras com o intuito de compreender os processos cognitivos envolvidos em diferentes situações com caráter lúdico, dentre as quais destacam-se: *A Tomada de Consciência* (1977), *O Possível e o Necessário – Evolução dos Necessários na Criança* (1986), *As Formas Elementares da Dialética* (1996). Logo, é possível constatar o quanto o jogo é valorizado em seus estudos psicogenéticos, constituindo-se elemento significativo à construção do conhecimento.

O jogo Torre de Hanói, foi especialmente analisado por Piaget (1977). A partir desse jogo, o autor analisou o processo de tomada de consciência das ações, oferecendo importantes contribuições para a compreensão das relações entre o fazer e o compreender. Posteriormente ao estudo de Piaget (1977), outros pesquisadores do cenário nacional lançaram mão desse jogo em análises do desenvolvimento cognitivo. Dentre os quais, conforme levantamento realizado por Resende (2004), destacam-se: Teixeira (1982), Torres e Macedo (1995), Moreno (1995), Ortega et al. (2002), incluindo o próprio estudo de Resende (2004). Dos estudos mencionados, apenas Resende (2004) investiga sujeitos no contexto do ensino superior.

Ao analisar os procedimentos empregados pelos jogadores, Piaget (1977) evidencia que a transformação das ações em ações mentais é um processo gradativo de regulações ativas. Macedo, Petty e Passos (2005) enfatizam que o ato de jogar não é simplesmente apropriar-se das regras, mas, sobretudo, relaciona-se ao elemento estrutural de suas possíveis implicações e tematizações. De acordo com os autores:

[não] é somente jogar que importa (embora seja fundamental!), mas refletir sobre as decorrências da ação de jogar, para fazer do jogo um recurso pedagógico que permite a aquisição de conceitos e valores essenciais à aprendizagem (MACEDO; PETTY; PASSOS; 2005, p. 105).

Nesse processo de descobertas, construções e regulações, o jogo favorece o desenvolvimento de novidades, sejam elas no campo procedimental ou conceitual - elementos caros ao processo educativo que prioriza à compreensão dos sujeitos. Em outras palavras, trata-se de um processo que possa gerar transformações na interação que o sujeito realiza com o mundo, promovendo, assim, a compreensão de sua realidade, e objetivando, ainda que relativamente, uma autonomia e emancipação.

Para Piaget (1973), conhecer um objeto é agir sobre ele. Logo, a operação é a essência do conhecimento. A operação é uma ação interiorizada, reversível e nunca isolada, ligada a outras operações e sempre parte de uma estrutura total; tais estruturas operacionais constituem a base do conhecimento.

De acordo com Delval (1998, p. 69), “esquema é uma sucessão de ações que possuem uma organização e que são suscetíveis de repetição em situações semelhantes”. Ou seja, os esquemas, sejam eles de ação ou representativos, são estruturas importantes e existentes em todos os estádios do desenvolvimento humano. O esquema possui um caráter de sistema de relações na medida em que coordena entre si diversas ações, e ele é, em si mesmo, a estrutura da ação. Na passagem do pensamento pré-operatório para operatório, por exemplo, o sujeito passa não somente à ação, mas sobretudo à compreensão dessa ação, sendo o fazer condição necessária para o compreender (PIAGET, 1978).

Piaget (1977, p. 197), apresenta que a tomada de consciência não se “reduz simplesmente a um processo de iluminação”, e, ainda afirma que a tomada de consciência “é um sistema dinâmico em permanente atividade”. O autor defende que o processo de tomada de consciência é uma construção contínua, sendo assim, não é um dado a priori, mas uma construção sucessiva e provisória proveniente da relação entre sujeito e objeto. Desta forma, como se explica esta organização dos esquemas sensório-motor (plano da ação prática), até articularem-se em conceitos?

Esta organização que parte do funcionamento dos reflexos, evolui para esquemas sensório-motores, articulando-se em conceitos e se processa de uma forma contínua. Toda a explicação feita até o momento de como ocorre o funcionamento deste desenvolvimento na criança é para defender que a tomada de consciência já ocorre desde o início da interação do sujeito com o mundo, e que este processo não se resume a associações que ocorrem sucessivamente devido às novas necessidades que o sujeito enfrenta (PEREIRA, 2009).

É esta inteligência prática, este saber fazer inicial, que permite a interação da criança com o meio e da possibilidade de se apropriar do mundo construindo níveis sucessivos e provisórios de tomada de consciência cada vez mais complexos. É por meio de sua ação que o sujeito organiza e transforma o meio e a si mesmo, e são os processos internos que garantem a organização e reorganização dos esquemas tornando-os mais complexos e organizando-se na direção dos conceitos.

A significação do objeto de conhecimento é estabelecida a partir dessa integração, mas é necessário que ela se dissocie da ação. Para Piaget (1967) esse ganho é progressivo e ocorre a partir do estágio pré-operatório. De acordo com Pereira (2009, p.46)



Somente neste momento os objetos do mundo físico se transformam em coisas a serem deslocadas, movimentadas e utilizadas com finalidades cada vez mais complexas. O indivíduo adquire a noção de objeto mediante as ações que realiza sobre este. Em outras palavras, é por meio de trocas tanto sensoriais como motoras entre o indivíduo e os objetos do mundo físico que se constitui seu sistema cognitivo.

De acordo com Piaget (1987) o processo de conceitualização implica a reconstrução do sistema cognitivo para um plano superior de elementos novos contidos nos objetos físicos e nas próprias ações resultando na interiorização do sujeito de informações novas a estruturas mentais existentes. Dessa forma, Piaget (1967) explica que é no estágio operatório que o sujeito se organizará cada vez mais de forma lógica, pois

[uma] imagem antecipadora e retroativa da ação se “liga” a esses esquemas, tornando-os conscientes. Até então, a criança não compreende, ou seja, não explica e justifica o que faz, somente mais tarde, graças aos esquemas operatórios, chega à ação consciencializada (PEREIRA, 2009, p. 47).

De acordo com Piaget (1977) as regulações automatizadas responsáveis pelas ações sensório-motrizas não são suficientes para a tomada de consciência. Neste tipo de regulação os indivíduos realizam a ação sem ter consciência dela. Dessa forma, são as regulações ativas que possibilitam um nível mais elevado de consciência. Essas regulações são divididas em três grupos: alfa, beta e gama. Pereira (2009, p. 48) assim descreve cada uma das três regulações:

Em uma regulação alfa, ocorrem erros de procedimento não percebidos, e, se percebidos, não-modificados pelo indivíduo. Neste caso, o sujeito mostra-se capaz de lidar apenas com uma variável do objeto, de si ou da ação. No grupo beta, o indivíduo percebe o erro que o impede de obter êxito na ação e modificar parcialmente seu procedimento, reorganizando sua ação. No grupo gama, o erro é antecipado, percebido antes da realização da ação. Neste caso, o sujeito é capaz de modificar a ação antes de realizá-la, organizando-a de modo a obter êxito.

Piaget (1977) descreve que em um primeiro momento o sujeito só considera os resultados exteriores da ação, ou seja, se ele obtém êxito ou fracas-

so sendo incapaz de perceber os mecanismos que utiliza durante a ação. Somente mais tarde, mediante estratégias cognitivas que promovam a capacidade de explicar e justificar as ações e o seu pensamento que o sujeito pode chegar a uma consciência na qual a ação passa a ser reconstruída em forma de conceitualização. O autor explica que:

[...] a tomada de consciência, parte da periferia (objetivos e resultados), orienta-se para as regiões centrais da ação quando procura alcançar o mecanismo interno desta: reconhecimento dos meios empregados, motivos de sua escolha ou de sua modificação durante a experiência etc. (PIAGET, 1977, p. 198).

Pode-se dizer que, partir da periferia para o centro do sujeito significa que o este primeiro deve considerar os objetivos e a intencionalidade da ação, após a análise de sua ação, e ir tornando consciente as variáveis que interferiram nesta ação, isso tudo “[...] por meio de um vaivém entre o objeto e a ação, a tomada de consciência aproxima-se por etapas do mecanismo interno do ato e estende-se, portanto, da periferia P ao centro C” (PIAGET, 1977, p. 199). De acordo com Nascimento (2016, p.57)

Na medida em que o indivíduo caminha da periferia (P) para o centro (C) da compreensão e da conceitualização do sujeito na ação, passa a considerar sua intencionalidade, seu envolvimento na ação e participação na produção do que está sendo compreendido e conceituado. Ao percorrer o caminho da periferia (O) para o centro (C) da compreensão do objeto que está sendo compreendido e conceituado, inicialmente, o indivíduo considera os resultados exteriores (êxito ou fracasso) da ação e, posteriormente, passa a levar em conta os meios empregados para isso, tornando-se progressivamente consciente do que já estava presente em sua ação.

A consciência adquirida permitirá ao sujeito conhecer mais variáveis existentes na relação entre sujeito e objeto de conhecimento proporcionando a passagem da periferia para o centro das ações. Para Piaget (1977) é na medida que o sujeito conhece a ação, que ele construirá os conceitos dos objetos de conhecimento e de si mesmo. Em outras palavras, ao ser capaz de verbalizar o

que, como, e o porquê realizou a ação de determinada forma é que o sujeito toma consciência e realiza a conceitualização das ações mentais ou físicas.

A tomada de consciência consiste em construções e reconstruções, não é algo dado de antemão ou que acontece abruptamente. Contrariamente, trata-se de um processo contínuo e provisório, pois as experiências do sujeito influenciam os esquemas transformando-os e possibilitando a reelaboração da tomada de consciência.

Piaget (1977, p. 197), nos apresenta “[...] que a tomada de consciência de um esquema de ação o transforma num conceito, essa tomada de consciência constituindo, portanto, essencialmente, numa conceituação”. E ainda acrescenta que “[...] o mecanismo da tomada de consciência aparece em todos estes aspectos como um processo de conceituação que reconstrói e depois ultrapassa, no plano da semiotização e da representação, o que era adquirido no plano dos esquemas de ação” (PIAGET, 1977, p. 204).

Nesse sentido, tudo o que o sujeito pensa e sente compõe sua consciência, constituída por um sistema de significações (PIAGET, 1973; PIAGET, GARCIA, 1989). Ao transpor essa compreensão à reflexão da prática pedagógica Bianchini (2014, p. 55) argumenta:

[é] preciso ir ao encontro das significações dos sujeitos, ou das implicações ou coordenações realizadas por eles, de modo que exista uma lógica fundada. Ou seja, é com base nas identificações das relações construídas pelo sujeito que podemos realizar uma intervenção que possibilite ressignificar as verdades por ele estabelecidas. Por isso, na prática, devemos tomar como ponto de partida as experiências vividas pela criança para chegarmos à explicação.

No processo de investigação das significações dos sujeitos, entende-se que é possível compreender o percurso do pensamento por meio da observação das ações em uma abordagem microgenética. A microgênese, para além do

estudo das estruturas que organiza e dirige o pensamento, o qual Piaget se dedicou, refere-se ao funcionamento e aos processos em construção manifestos nas ações do sujeito. Tal abordagem, como desdobramento do método clínico-crítico piagetiano, tem como foco os processos funcionais que estão em curso na resolução dos problemas. O foco da análise está no movimento das ações e o percurso do pensamento de modo a enfatizar o nível de subjetividade e, conseqüentemente, interpretativo das respostas dos sujeitos. Por essa ótica, o pesquisador investiga as particularidades entre os modelos subjacentes à construção do conhecimento, ou seja, interessa-se pelo sujeito em sua dimensão psicológica (INHELDER; CAPRONA, 1996).

O sujeito psicológico diferencia-se do sujeito epistêmico pelo seu caráter idiossincrático. É este caráter das condições próprias do indivíduo que determina, de alguma maneira, o modo único e exclusivo de produzir conhecimentos. Segundo Inhelder e Caprona (1996, p. 11):

Para pesquisas que se proponham, antes de tudo, a analisar pormenorizadamente condutas cognitivas individualizadas, é conveniente definir um tipo de experimentação suscetível de desencadear um processo longo – e graças ao quadro de referência formado pelos estádios de macrogênese – escolher sujeitos que, previsivelmente, possam compreender a tarefa sem resolvê-la imediatamente.

Entretanto, acrescentam os autores, a distinção entre o epistêmico e o psicológico não tem nenhum caráter absoluto. As diferenças, portanto, residem nas questões e no método e não podem mascarar a ênfase na compreensão da globalidade do sujeito. Dito de outro modo, o que importa para ambos é o sujeito cognoscente com suas intenções e valores.

A passagem analítica que se faz do interesse epistêmico para o psicológico é, justamente, do âmbito estrutural ao âmbito funcional. Trata-se de considerar, no segundo caso, um papel importante às finalidades e significados

atribuídos pelo próprio sujeito. No entanto, atribui-se a ambos o papel ativo do sujeito na construção de seu entorno e de si próprio, complementando-se mutuamente (BECKER, 2001). A valorização do subjetivismo e das diversidades, em detrimento de relatos universalistas, não significa, por sua vez, a perda da totalidade do processo. Trata-se de outra visão epistemológica, com desdobramentos nos métodos e procedimentos de pesquisa.

Por essa ótica, problematizou-se a seguinte questão para esta pesquisa: na relação do fazer e compreender, o que revelam as significações de universitários acerca do processo da tomada de consciência das ações e das relações entre a conceituação e ação material na resolução do jogo Torre de Hanói?

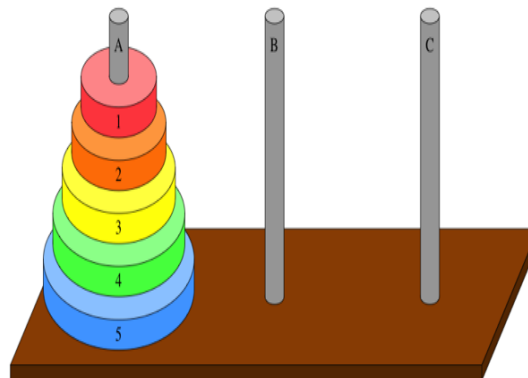
#### **Delineamento da pesquisa**

Este estudo se pautou nos princípios do método clínico-crítico piagetiano (CARRAHER, 1983; DELVAL, 2002), tendo como foco a abordagem microgenética (INHELDER; CELLÉRIER et al. 1996). Participaram da pesquisa quatro acadêmicos da 1ª a 4ª série do curso de graduação em Música (Licenciatura) de uma Universidade pública do Estado do Paraná. A escolha do local de pesquisa deu-se por conveniência dos pesquisadores. A opção pelo *n* reduzido de participantes objetivou proporcionar a possibilidade de análise microgenética dos procedimentos e das estratégias cognitivas reveladas no desempenho prático e nas significações de cada um. Para garantir o sigilo a identidade dos participantes, utilizaram-se os seguintes codinomes, seguidos da idade dos sujeitos no momento da coleta: P1 (31;2); P2 (22;1); P3 (;21,5) e P4 (22;9).

Para a realização da entrevista clínica, tomaram-se como apoio os materiais referentes ao jogo de regras Torre de Hanói. Este material é constituído por uma base de madeira de aproximadamente 26 cm de comprimento por

8,5 cm de largura contendo três colunas (A, B e C) e cinco discos com tamanhos e cores diferentes, como demonstra a figura a seguir.

**Figura 2:** Representação do jogo de regras Torre de Hanói.



**Fonte:** [pt.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms/towers-of-hanoi/a/towers-of-hanoi](https://pt.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms/towers-of-hanoi/a/towers-of-hanoi)

O jogo de regras *Torre de Hanói* visa transportar uma torre, com  $n$  cinco de discos da coluna A para a coluna C, empilhados de modo decrescente, utilizando-se para isso a coluna B como intermediária. Para tanto, há duas regras primordiais no jogo: 1) os discos devem ser movimentados um por vez; 2) os discos menores nunca poderão ficar sob os discos maiores.

A aplicação do jogo e a entrevista clínica foram realizadas individualmente sem qualquer delimitação de tempo, no próprio prédio do curso em questão. Estavam presentes no momento da aplicação apenas um pesquisador e um participante. Todos os encontros foram gravados em áudio e vídeo para posterior análise. A coleta foi realizada em três etapas que passam a ser descritas:

Primeiramente, foi apresentado aos participantes o material da Torre de Hanói, objetivando a adaptação destes à situação-problema implícita no jogo

(Etapa I). Assim, verificou se o participante já possuía algum conhecimento prévio do material e foram expostos as regras e objetivos do jogo. Os participantes foram instruídos quanto ao modo de preencher o Protocolo de Registro das Jogadas elaborado para esta pesquisa. Realizadas as explicações e repetidas tantas vezes quanto necessárias, foram esclarecidas as dúvidas dos participantes, garantindo a compreensão de todos acerca das regras e objetivos do jogo.

Feito isto, passou-se à realização do jogo propriamente dito (Etapa II). Nesse momento, os participantes ficaram livres para resolverem a situação-problema apresentada, de modo que eles próprios pudessem dirigir o curso da aplicação do jogo.

Na última etapa (Etapa III), foram elencadas algumas questões básicas para a realização da entrevista. No entanto, conforme prevê o método clínico (DELVAL, 2002), tais questões tinham a finalidade de nortear a entrevista. Não sendo, portanto, necessário limitar-se apenas a elas e nem tampouco deixar de realizar outras questões de acordo com a necessidade, como de fato ocorreram nesta coleta. Para esse núcleo básico de perguntas, tomou-se como referência o estudo realizado por Resende (2004) e reuniu as seguintes questões:

- 1) Há alguma estratégia utilizada por você na solução do problema?
- 2) Qual foi o disco mais deslocado? Qual foi o disco menos deslocado? Ocorreu a mesma coisa com todas as torres?
- 3) A forma de solucionar o problema com 2, 3, 4 e 5 discos é mesma? Existe alguma semelhança entre elas?
- 4) Importa por qual coluna começar? O primeiro movimento é importante para a solução do problema? Por quê? É o mesmo para as torres com 2, 3, 4 e 5 discos?

5) Existe alguma regularidade entre as torres de números pares e as de números ímpares? Qual?

6) Se você tivesse que ensinar uma outra pessoa a jogar, o que falaria para ela?

Vale ressaltar que, embora descritas separadamente, as etapas dois e três, especificamente, durante toda a coleta, tinham a flexibilidade de ocorrer de modo simultâneo - seguindo os princípios do método clínico-crítico piagetiano.

A análise dos dados baseou-se no estudo da tomada de consciência das ações e das relações entre a conceituação e ação material, seja no plano do saber fazer como no do compreender (PIAGET, 1977; 1978).

No plano do fazer, levou-se em conta o fato de ter ocorrido ou não êxito na solução do jogo nas torres com dois, três, quatro e cinco discos. Já no plano do compreender, verificou-se a qualidade da conceituação e coordenação das estratégias referentes ao jogo, sendo, portanto: 1) liberar o disco maior, seguido do segundo maior e sucessivamente; 2) construir uma torre de número total de discos - 1 ( $n - 1$ ) na coluna intermediária (B); 3) movimentar diretamente o disco maior da sua coluna de origem (A) para a coluna de finalidade (C); e, por fim, 4) transportar o primeiro disco diretamente para a coluna (C) sendo número ímpar de discos na torre ou para coluna (B) sendo este número par.

Tomando como base o desempenho dos sujeitos no segunda e terceira etapas deste estudo, a análise levou em consideração a resolução do jogo em si (Etapa II) e os dados conceituais revelados durante a entrevista clínica (Etapa III). Tratando-se, especificamente, do primeiro caso, ou seja, no âmbito do saber fazer, foram verificados os resultados pertinentes à resolução do jogo em si. Isto variou entre os diferentes modos do não êxito, do êxito parcial ou de sua inte-



gralidade. De modo prático, pelo fato de não resolver o problema, solucioná-lo de modo a exceder o número de movimentos, resolvê-lo de modo parcial e em sua integralidade. Já na investigação referente ao modo de compreender, objetivou-se verificar se os sujeitos conseguiam mencionar e formular articuladamente as estratégias fundamentais para a resolução com êxito do jogo, seja de modo parcial ou na íntegra.

### **Resultados e discussão**

A análise das significações dos sujeitos, levou em consideração tanto o âmbito do fazer quanto do compreender na solução do problema proposto pelo jogo, de modo a priorizar as relações entre a conceituação e a ação material. Cabe mencionar aqui que os mecanismos fazer e compreender apresentam-se como unidades de análise com intuito apenas didático, pois tais mecanismos estão amalgamados no processo de construção do conhecimento. Sendo este o resultado de sucessivas e provisórias tomadas de consciência na busca da apreensão do objeto a ser construído, permitindo o sucesso da ação (SALADINI, 2008; SALADINI, FOGAÇA JR., 2015).

#### **Do fazer**

Inicialmente foram solicitadas as situações relativas às torres com dois, três, quatro e cinco discos a todos os participantes. Como não foram informados se o problema havia sido solucionado com o número mínimo de jogadas, os participantes tomavam decisão de passar ou não para o número superior de torres ou até retornar à torre com o número inferior de discos.

Todos os participantes resolveram a situação-problema imposta pelo jogo *Torre de Hanói*, porém com graus diferentes de resolução. Cabe mencionar que houve diferenças nas formas de registro adotadas pelos participantes. Alguns efetuavam o registro no protocolo logo após a resolução. Outros termina-

vam várias demandas e só então procediam o registro em bloco, retomando o percurso feito, conforme indica a figura a seguir.

Figura 3: Protocolo de registro dos movimentos realizados.

P1 (22;1)			P2 (31;2)		
Torre com 2 discos	Registro das jogadas	TOTAL	Torre com 2 discos	Registro das jogadas	TOTAL
	1AB, 2AC, 1BC	3		1AB <u>2AC</u> 1BC	3
	1AC, 2AB, 1CB, 3AC, 1BA, 2BC, 1AC	7		1AC/2AB/1CB <u>3AC</u> 1BA/2BC/1AC	7
	1AB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CA, 2CB, 1AB, 4AC, 1BC, 2BA, 1CA, 3BC, 1AB, 2AC, 1BC	15		1AB/2AC/1BC/3AB/1CA/2CB/1AB 4AC 1BC 2BA/1CA/3BC/1AB/2AC/1BC	15
	1AC, 2AB, 1CB, 3AC, 1BC, 2BA, 1CA, 3CB, 1AC, 2AB, 1CB, 4AC, 1BC, 2BA, 1CA, 3BC, 1AC, 2AB, 2BA, 1CA, 3CB, 1AB, 2AC, 1BC, 3BA, 1CB, 2CA, 1BA, 4CB, 1AC, 1BC, 4AB, 1CA, 2CB, 1AB, 3AC, 1BA, 2BC, 1AC, 3BA, 1CB, 2CA, 1BA, 4CB, 1AB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CB, 2CA, 1BA, 3BC, 1AB, 2AC, 1BC	56		1AC/2AB/1CB/3AC/1BA/2BC/1AC/4AB/1CB 2CA/1BA/3CB/1AC/2AB/1CB <u>5AC</u> 1BA/2BC/ 1AC/3BA/1CB/2CA/1BA/4BC/1AC/2AB/1CB/ 3AC/1BA/2BC/1AC	31
P3 (21;5)			P4 (22;9)		
Torre com 2 discos	Registro das jogadas	TOTAL	Torre com 2 discos	Registro das jogadas	TOTAL
	1AB, 2AC, 1BC	3		1AB, 2AC, 1BC	3
	1AC, 2AB, 1CB, 3AC, 1BA, 2BC, 1AC	7		1AC, 2AB, 1BC, 3AC, 1BA, 2BC, 1AC	7
	1AB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CA, 2CB, 1AB, 4AC, 1BC, 1AC, 2BA, 1CA, 4BC, 1AB, 2AC, 1BC	16		1AB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CA, 2CB, 1AB, 4AC, 1BC, 1AC, 2BA, 1CA, 4BC, 1AB, 2AC, 1BC	16
	1AC, 2AB, 1CB, 3AC, 1BA, 2BC, 1AC, 4AB, 1CA, 2CB, 1AB, 3CA, 1BC, 2BA, 1CB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CA, 2CB, 1AB, 5AC, 1BA, 2BC, 1AC, 3BA, 1CB, 2CA, 1BA, 4BC, 1AB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CB, 2CA, 1BA, 3BC, 1AB, 2AC, 1BC	37		1AC, 2AB, 1CB, 3AC, 1BA, 2BC, 1AC, 4AB, 1CA, 2CB, 1AB, 3CA, 1BC, 2BA, 1CB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CA, 2CB, 1AB, 5AC, 1BA, 2BC, 1AC, 3BA, 1CB, 2CA, 1BA, 4BC, 1AB, 2AC, 1BC, 3AB, 1CB, 2CA, 1BA, 3BC, 1AB, 2AC, 1BC	37

**Fonte:** dos autores

Conforme pode-se observar na Figura 1, levando-se em consideração a solução do problema com o número mínimo de deslocamentos (3, 7, 15, 56), apenas P2 (31;2) resolveu o problema com êxito pleno em todas as torres. P1 (22;1) e P4 (22;9) resolveram com êxito pleno as torres com dois, três e quatro discos e, parcialmente, a torre com cinco discos. O participante P3 (21;5) resolveu com êxito pleno as torres com dois e três discos e as torres com quatro e cinco discos de modo parcial. Nas torres com dois e três discos, todos os sujeitos resolveram o problema na primeira tentativa. Entretanto, este procedimento não ocorreu nas torres com n de quatro e cinco discos e os participantes precisaram recorrer a outras jogadas para a resolução da tarefa.

Ainda em relação ao protocolo de registro dos movimentos, destaca-se o fato de que, ao registrar o total de movimentos realizados, o participante tinha possibilidade de perceber uma progressão geométrica entre o número de deslocamentos dos discos em cada torre. Os participantes P1 (22;1) e P3 (21;5) não perceberam essa relação matemática em nenhum momento do jogo, conforme demonstram os fragmentos dos diálogos que se seguem.

P1 (22;1): [...] Então, nesse jogo, você tem que ir e voltando. Eu na hora não pensei como eu estava pensando aquilo. Mas, eu estava na verdade tentando prever as jogadas, na minha cabeça. Eu estava pensando: “se eu fizer isso, vai acontecer isso daqui”. Eu estava tentando prever. [...] É esse pensamento de ... exclusão, você tira alguns do caminho pra poder... essa lógica de ... deixa eu ver. Como é que explico? Eu acho que talvez uma lógica... é uma lógica matemática de... bem numerológico mesmo. Essa previsão mesmo, essa lógica de tentar prever o movimento que você vai fazer, antes de fazer ele (sic.). Acho que é isso. [...] Não sei se eu consigo. Acho que não teve só um problema. Tiveram vários, eu me enrolei mais de uma vez. – Tá. Você consegue me nomear algum problema? – Eu acho que eu tomei um caminho mais longo. Ao invés de fazer a jogada mais curta,

*eu coloquei uma peça no lugar errado. Acho que foi isso. [...] – Eu não sei qual conta é, mas eu ia falar pra ela tentar achar uma conta aí. – Você acha que tem uma conta? – Eu acho que tem uma sequência lógica aí, matemática.*

*P3 (21;5): [...] é difícil explicar isso, vamos ver aqui... Estou usando da lógica de que você pode colocar... depois que eu tenho essa posição, eu encaixo o menor disco em cima do maior disco. Eu acho que é essa lógica, por exemplo, se eu tenho essa posição eu encaixo o menor... – Essa significa...? – Uma torre completa e o maior disco já encaixado na torre C. Eu encaixo o menor disco junto com o maior, sempre. Aí eu começo a fazer a mesma lógica do começo né: esse outro disco vai pra cá (continua a jogar e comenta) – Aí ferrou né. – A coluna B então, você diria que essa coluna B, você vai sempre formar, pra atingir esse objetivo pra liberar o maior? Essa coluna B você vai sempre formar qual número de discos? – Como assim, quantos números? – Qual número de discos nessa torre B então, no caso numa torre com 5 discos? – Você tem 4 na torre B e um na torre C. – A torre B vai estar sempre com um disco menos? – Com, com... – Você só completa a torre B quando você tiver um número a menos de disco, é isso? Pra liberar o maior? – Exatamente. Você faz uma torre, na torre B, completa. E aí você transfere e vai... – Mais alguma estratégia? – Acho que agora não. Talvez se eu fizesse isso umas 10 vezes assim... eu perceberia mais coisas né! Mas acho que nesse momento... tem que amadurecer!*

Tais significações enfatizam os aspectos procedimentais do jogo. O foco está na ação em si, em especial nas regulações ativas dos procedimentos de ensaio e erro. Nesse caso, os participantes não foram capazes de representar, por meio do pensamento, a sequência lógica que conduz à resolução do problema. Mesmo apresentando alguns fragmentos das estratégias do jogo, não conseguiram explicar de modo articulado as relações causais existentes entre elas, nem tampouco coordená-las por meio das conceituações. Isto revela regulações de níveis de equilíbrio menos estáveis para a resolução do problema. Sublinha-se que a ação é condição necessária à reflexão, haja vista que a ação

promove as possibilidades de que o sujeito necessita para organizar o pensamento, escolher o que julga ser significativo, elaborar estratégias etc. Porém, na compreensão é requerida uma reelaboração dessas ações em um plano superior (MACEDO, 2005). Segundo Becker (2013, p. 333) “para que o objeto penetre a subjetividade é preciso que este sujeito aja no sentido de receber este objeto”.

P4 (22;9) se diferencia dos participantes anteriormente apresentados, pois faz inferências de alguma relação matemática implícita. No entanto, não completa o raciocínio da progressão geométrica e não sustenta o argumento na torre com cinco discos, como demonstra o trecho a seguir:

Mas olhando para esses totais, você achou alguma lógica neles? – *Tem né, tipo aqui 3 vezes 2 mais 1. E 7 vezes 2 mais 1. Como se a cada peça precisasse de... [...] – Quanto que deu aqui? 35. – E aplicando sua lógica daria 31. Você acha que dá pra fazer em 31? – Nessa lógica, se fosse uma torre com 6 discos, teriam quantos movimentos? 63. – Ok. E com 7? 127. – Tá. Então você acha que essa é a lógica? Que esse 35 está errado? – Não sei eu acho que é uma das possibilidades. Talvez aqui tenha outra opção também, com menos jogadas.*

Por outro lado, P2 (31;2) percebe essa relação (progressão geométrica) durante o movimento com a torre com quatro discos (total de 15 movimentos). Eis sua explicação:

*P2 (31;2) Eu calculei, mais ou menos, por exemplo,  $3 + 3 = 6$ , né? Aí deu 7. Porque teve 1 a mais. Daí  $7 + 7$ , 14, 1 a mais, 15...  $15 + 15$ , 30, aí 31, 1 a mais... Certo. É por isso que fiz... eu tinha feito 31, mas faltava jogadas nessa última. Então eu quis refazer para manter 31. Para tentar encaixar esse critério... Ok! Você pensou em 31 antes, então? Sim. Eu pensei a partir do 15. Quando eu percebi que deu 15 nessa junção aqui eu falei: ah, vou fazer até 31. E quando vi que não deu, eu tentei refazer até dar 31.*

Em suma, pode-se constatar que o jogo se complexifica à medida que os discos são acrescentados às torres, uma vez que os quatro sujeitos obtiveram su-

cesso imediato na resolução das torres com dois e três discos. No caso da torre com quatro discos, um dos sujeitos obteve êxito parcial. Já na torre com cinco discos, apenas um sujeito obteve êxito pleno.

### **Do compreender**

Como mencionado, no âmbito do compreender, levou-se em conta o grau de compreensão dos sujeitos acerca das estratégias empregadas, apoiado nos seguintes critérios: 1) a formulação de pelo menos uma estratégia de modo adequado; e, 2) a capacidade de coordenar pelo menos duas estratégias conceitualmente.

Sobre a formulação de estratégias, verificou-se que todos os sujeitos conseguiram mencionar duas estratégias com articulação. Os argumentos apresentados por P1 (22;1), P3 (21;5) e P4 (22;9) são elucidativos no que se refere ao caminho do pensamento adotado por eles (procedimentos):

*P1 (22;1): – Bom, eu pensei em ir excluindo né. Ter que abrindo caminho, pra poder excluir uma, pra poder colocar na C. Então tinha que abrir o caminho. – Mas de qual disco você está falando? – Ah por exemplo, pra tirar o grande e colocar ele ali (referindo-se a coluna C). Pra ir tirando você tem que abrir o caminho. [...] Como não pode colocar o maior em cima do menor, você daí tem que ir e voltar os menores. Eu tentei prever o máximo possível, o mais pra frente possível as jogadas.*

*P3 (21;5): – Sempre pensar que você precisa colocar a maior primeiro, então assim: pensar a maior já na última casa. Então eu sempre imaginei como que a maior chegaria aqui (referindo-se a coluna C). A maior é o número 5 no caso aqui né. – A maior saindo da...? – Saindo da A direto pra C. Então eu tive que arranjar estratégias pra ela não ficar passando por B pra ir pra C. Então é mais lógico pensar direto pra C.*

P4 (22;9): – *Então eu preciso liberar esse espaço pra 3 ir direto pra C. - Da B pra C? Isso. Então se eu colocar a peça menor na que está livre eu já vou excluir várias possibilidades, porque as maiores precisam se movimentar e não podem ficar em cima dela. Então eu já coloco essa menor em cima da maior. [...] Liberar a coluna C. [...] depois liberar a segunda maior pra ir direto pra C.*

Perceber a lógica implícita nos procedimentos é acessar um relato do pensamento sobre antecipar, coordenar, integrar. No caso de P2 (31;2), percebe-se que, além dessa capacidade de coordenar os movimentos e integrá-los, há uma formulação de que o maior disco sempre irá da coluna A para C, sem passar pela B.

P2 (31;2): - *Mas eu sempre pensaria que o último disco nunca iria pra essa coluna (referindo-se à coluna B). Por exemplo... É... Como o objetivo é a C, eu nunca vou chegar na coluna B com o último disco. Não importa quantos discos tenha. Se eu fizer isso, vou ter que fazer em mais jogadas. Então eu tenho que tentar estabelecer (realiza movimentos no jogo) o mínimo de jogadas pro último disco chegar na C em 1 jogada, né? - Certo. Então o último disco eu tenho que fazer em 1 jogada. Quando eu tinha dois, o segundo disco foi direto pra lá (referindo-se à torre C)... Quando tinha 3, o terceiro foi direto pra lá. Ele sempre vai do A pro C direto. Sem tentar ir pro B.*

A estratégia de construir uma torre de n-1 na coluna B, com uma função intermediária para atingir êxito no jogo, configura-se como uma das três possibilidades do jogo apontadas pelo participante. P2 (31;2) foi o único participante que conseguiu formulá-la de modo articulado, conforme constatamos:

P2 (31;2): [...] *Essa torre sempre fica intermediária para outros discos, menos pro último. - Por quê? Pra liberar o último. Daí quando eu libero o último, daí eu vou fazer minhas jogadas. Eu nunca posso jogar meu disco aqui? (Demonstra o movimento na torre B). Por que senão vou ter que fazer mais jogadas. Que aquela questão que eu falei... Por isso, que eu começo quando é par, eu começo pela C... Direto pra C. Quando é par? (Olha para o jogo). É. Não. Quando é par, transporto para o B. [...] Uma*

*coisa que eu pensei. Não sei se agora vou conseguir falar isso. Por exemplo, se eu quero vir para essa torre (Referindo-se a coluna C). Eu sempre penso em começar na torre ao contrário. (Realiza o movimento). Nesse caso aqui eu tenho só 2. Então eu faço... para outra... Quando eu tenho 3 (discos) eu parto começando por essa (Realiza o movimento AC). Como eu tinha par e eu tenho que acabar na terceira, eu parti para a primeira, pro B. (Realizando o movimento AB) - Tá. Então espere um pouco. Quando a torre for um número par de discos... A primeira eu vou pra torre que eu não tenho que chegar...- Nesse caso a B. Que é a B. - E quando o número (de discos) é ímpar? Eu vou direto pra C. [...] Sempre pensar que eu tenho que voltar pra cá, né? Para liberar espaço (referindo-se a torre B). O que não seria uma estratégia porque é lógico. Eu não posso fazer isso (Coloca um disco maior sobre o maior) então tenho sempre que lembrar que tenho que voltar para cá. - Então o que você está fazendo aí com essa torre? Com essa? (aponta para a torre B) - Isso. É um apoio, não sei. Tá só... não sei como falar. - Qual o objetivo de construir essa coluna (B)? É sempre intermediário. Para liberar espaço porque... - Ela chega a um número específico de discos? O que você acha? Com 5 discos ela (a torre B) chega até 4 né? (referindo-se a torre que estava montada sobre a mesa)... - E com 4? Com 4 ela chega até 3... - Então há um padrão? Ah. É sempre menos 1. Número total de discos menos 1...*

A fala de P2 (31;2) demonstra o domínio do jogo por meio do pensamento, pois o sujeito constata a estratégia ao pensar em sua própria ação de jogar. Isto quer dizer que há o predomínio da conceituação. Ao mencionar tal estratégia, o sujeito ainda coordena com a estratégia anteriormente mencionada, conforme evidencia o excerto acima. Além disso, percebe sua própria contradição ao tratar do movimento da coluna de acordo com o número de discos e, imediatamente, corrige sua fala. O sujeito tem pleno domínio do sistema do jogo por meio do pensamento, uma vez que conseguiu solucionar o problema imposto com o número mínimo de jogadas.



O participante P1 (22;1) não formulou esta estratégia. Já os participantes P3 (21;5) e P4 (22;9) o fizeram de modo menos articulado, como observamos em seus excertos:

P3 (21;5): – *Exatamente. Você faz uma torre, na torre B, completa. E aí você transfere e vai...*

P4 (22;9): – *Eu falaria essas coisas que pensei. Se for par começa pela B. Tentar liberar espaço para as peças maiores. Então eu acho que as menores elas vão para lugares mais temporários, sabe? Tipo... – Transitório? – Sim, transitórios. Eu acho que tem que começar pensar nas peças maiores, na verdade.*

Quanto à estratégia de mover o primeiro disco diretamente para a coluna C, quando a torre era constituída por número ímpar de discos, e para a coluna B, quando este fosse par, essa foi formulada pelos participantes P1 (22;1) e P4 (22;9), conforme demonstrado:

P1 (22;1): – *A de 3 eu comecei com AC, porque eu achei que esse foi o caminho mais rápido: se eu fizesse AC. – Com a torre com 3 discos, é isso. Com número ímpar? – É, como o objetivo é a torre C. A torre com 3 discos eu comecei colocando o primeiro na C. – E com número par? – Com número par eu comecei com a B. E aí a 5 eu tentei começar com a C também, porque eu vi isso: vi que o 2 era B, o 3 era C e o 4 era B, que começava né– E o 5 você foi pra onde? – O 5 eu fiz AC, no primeiro momento, porque achei que seria mais rápido. – Então você acha que é determinante esse primeiro movimento? – Eu acho que sim. Como tem uma torre que é um objetivo, uma coluna que é o objetivo. Eu acho que sim.*

P4 (22;9): – *Aqui tem 4 né, então por exemplo, se eu começar indo pra C. Que eu acho que não vai dar certo. Então quer dizer que vou colocar as maiores na B. Aqui eu já vou ter que fazer mais jogadas, porque aqui vai vir da C pra B. E aqui a 3 vai ter que ir da A pra C. Então aqui vou ter que fazer movimento a mais pra vir pra cá. – Então nesse caso a primeira peça vai sair da A para qual? – Pra B. – Por que isso? – Pra liberar*

*espaço na C. - Então tem diferença se a torre for par ou ímpar. - Parece que sim. - Então a par o primeiro disco vai pra onde? - No par, vai pra B. - No par vai da A pra B. - Isso. - E a ímpar? - A ímpar da A pra C, porque daí libero espaço. - Libera o C para o maior. - É.*

A significação de P2 (31;2) revela que, embora recorresse à ação para constatar suas hipóteses, ele indica um raciocínio que não necessita da ação, sendo capaz de antever e eliminar erros por meio do pensamento. Ao arguir do modo como chegou a esse raciocínio relata:

*P2 (31;2): - Eu percebi isso, na verdade... Fiquei olhando pra ver como faria né? Pra não... Se tanto faz, eu posso fazer a torre tanto na B quanto na C, então não importa por qual eu começo... Mas, como eu tenho que acabar na C, eu tenho que calcular para não... pra que nada fique no meio do caminho da última peça, porque o objetivo dela é chegar aqui primeiro. Então, por isso que eu sempre começo se for par pela B, se for ímpar eu começo pela C.*

Percebe-se que a atuação do participante é caracterizada pelo mecanismo das regulações conscientes (PIAGET, 1978). Na continuidade de seu raciocínio, P2 (31;2) verbaliza outra estratégia relacionada:

*P2 (31;2): - Acho que a única que falta... essa estratégia... quando eu movimento o 1 (disco) e depois o 2 (demonstra a jogada). Sempre pensar que eu tenho que voltar pra cá, né? Para liberar espaço (referindo-se a torre B). O que não seria uma estratégia porque é lógico. Eu não posso fazer isso... Então tenho sempre lembrar que tenho que voltar para cá. - Então o que você está fazendo aí com essa torre? Com essa? (aponta para a torre B) - Isso. É um apoio, não sei. Tá só... não sei como falar. - Qual o objetivo de construir essa coluna (B)? É sempre intermediário. Para liberar espaço porque... - Ela chega a um número específico de discos? O que você acha? Com 5 discos ela chega até 4 né? (referindo-se a torre que estava montada sobre a mesa)... - E com 4? Com 4 ela chega até 3... - Então há um padrão? Ah. É sempre menos 1. Número total de discos menos 1...*

Destaca-se no protocolo de P3 (21;5) a percepção da relação lógica ao refazer as jogadas, ou seja, por meio de regulações ativas, como podemos observar em sua fala.

P3 (21;5): – *Olha, agora pensando pela lógica, é mais lógico pensar ele direto pra C. – Monta uma torre pra mim, por exemplo uma torre com 5? – Seria direto pra C. – E se fosse uma torre com 4? – Eu acho que seria direto pra C também. – Então, assim como o disco maior o movimento é direto pra C, com o menor também? – Com o menor também. – Vamos fazer uma torre com menos discos só pra ver, faz uma torre com 2 por exemplo (começa a jogar). – É daí eu acho que... É, se o objetivo é a torre C nesse caso já não serve mais, aí é muito movimento aleatório. – O que aconteceu? – Aí eu fiz ao contrário na verdade, eu cheguei como se o objetivo fosse o B, mas na verdade como é o C, nesse caso acho que é diferente. – Então na torre com 2 discos, o primeiro indo pra C você acha que não dá certo? – Não, ele vai direto pra B. – E o 2? – Vai pra C e aí encaixa. – Certo, isso numa torre com 2. E se fosse uma torre com 3? – Vamos ver (começa a jogar). Aí você vai direto pra C. Esse vai pra cá, esse pula pra cá, liberou o maior e aí você volta e encaixa. Posso ver com 4? – Pode. – Direto pra C também, eu acho, vamos ver. (joga e comenta) Tá liberando maior... opa! Tá, vou tentar a outra. Eu acho que aí então esse aqui vai pra B. (joga) Ah tá, entendi. É o seguinte: se você tem 2 discos é mais lógico você ir pra B, se você tem 3 é mais lógico ir pra C. – Você está falando do primeiro movimento? – O primeiro movimento. Se você tem 2 é mais lógico ir pra B, se você tem 3 é mais lógico ir pra C, se você tem 4 é mais lógico você ir pra B. – E com 5? – É mais lógico você ir pra C. – Qual que é a lógica? – Conforme aumenta o número de disco você muda a posição de saída. – Então, mas esse número, essa regularidade... 2 é igual a qual? – 2 é a C. – Não. A torre 2 o movimento do primeiro disco é similar a qual outra torre? – O movimento do primeiro disco... – A torre 2 o primeiro disco vai pra qual coluna? – Na torre 2 o primeiro disco vai pra coluna... calma... torre 2... [...] – O primeiro disco vai pra C.*

Tendo sido o único a resolver a situação problema com o número mínimo de movimentos, solicitou-se ao participante P2 (31;2) que elaborasse

um método ou uma fórmula que pudesse prever o número de deslocamentos necessários para a resolução com outro  $n$  de disco. Desse modo obteve-se o seguinte resultado:

P2 (31;2): - Esse seria o mínimo de jogadas? Se tivesse que pensar uma fórmula pra resolver isso, você colocaria como? Pra sistematizar esse seu raciocínio. *Nossa! Sem saber os números anteriores né? - É algo que me desse esses resultados... que definiria todos esses números. Você acha que teria algum modo? Com certeza tem eu que não... (risos). (Mas fica olhando para as anotações do papel e pensativo). Eu to pensando como... Não sei... Não dá também"... - Seria o quê? Eu tava pensando em cálculo 2... São 2 torres... 3... Pensando em 2 torres, né? - Tá. Pode falar o que você está pensando? - Eu tava pensando em multiplicar, mas também não é"... - Multiplicar o quê? - O Número de discos com o tanto de torres. (Visualizando o jogo). - Mas não é"... - Por que não? Experimenta. "Porque seria 2 torres. 2 vezes"... (executa o movimento com os discos)... "Eu tava tentando pensar assim 2 mais 1, né... Mas nesse caso já não dá... 3 mais 3, 6... Aqui deu 7... Mas não foi dessa forma que achei". - Por que você está pensando na soma, não é isso? "É. Eu tava pensando na soma, mas daí não dá certo". (Pensa enquanto visualiza o jogo)... "Não consigo pensar" [...] Eu tava (sic.) tentando pensar no mais básico. 2 vezes 3, porque são 3 torres. Já não dá o número. É... - Mas você pode acrescentar mais alguma coisa? Dá pra dividir. Não... To pensando em subtrair mais na verdade [...] - E daí vai falando. O que você fez? É que quando vai subindo os números já não dá certo. Ao invés de pensar nas 3 torres, pensar 2. Então 2 vezes 2, daí dá 4 menos 1, dá 3... Por que eu colocaria esse -1?... Daí a mesma coisa 3 vezes 2, 6, daí eu teria que acrescentar mais 1... pra dar o 7 [...] Então... seria o número de Torres. Não número de discos, 3. E... Tô descartando. Eu tô pensando só em 2 torres, porque são as torres que eu vou ter que movimentar. Então 2 torres, né? Vezes 2. - Então espere aí. É o número de torres vezes 2... Não. É o número de discos vezes 2 torres. Daí acresecentei mais 1. Que é mais 1 movimento pra torre talvez [...] Tanto que na hora que comecei eu pensei que ia ser exponencial... é um pouco exponencial mas não é... - Quem sabe? Como ficaria se pensássemos por aí? Então. Por que exponencial é sempre... (fica pensativo). Exponencial é... Como*

*eu calculei aqui. Calculei o resultado, 3, mais 3... Deu 7 porque acrescentei 1. Estou sempre acrescentando mais 1, né? 7 mais 7, 14, (mais 1) 15. - Por que você notou a progressão no resultado de jogadas. Isso. Não sei qual o nome desse tipo de progressão. Eu lembrei do exponencial, mas o tipo de progressão com exponencial é diferente... Assim... Sempre multiplicando. - Você aplicaria esse exponencial na fórmula? Tente usar na fórmula que você pensou inicialmente, por exemplo. (Faz alguns cálculos) Só estou tentando lembrar como calcula. - Você está cansado? Não. Não. - Fale de novo como ficou a fórmula... número de torres.. você colocou 2. Voltando pra aquela equação que você disse que não deu certo. Mas a gente viu que não se aplica. - E se aplicasse essa ideia na fórmula (referindo-se ao exponencial)? Isso que estava tentando lembrar. Por que exponencial. Começa 1. 1 vira 2. E cada um dos 2 vira mais 2 e vai acrescentando. Eu tava tentando pensar qual é a relação desse... desse... Como eu faria isso exponencialmente... 2... É bem difícil hein!? Mas é legal! É difícil, mas é legal.*

Embora não tenha chegado à equação completa, P2 (31;2) apontou vários elementos como o número de torres, o número 1 a ser subtraído, e mesmo tendo insistido na soma e não na subtração, chegou ao exponencial, porém não conseguiu explicar de modo articulado. Solicitado a prever a quantidade de movimentos das torres com 6, 7 e 10 discos, o sujeito obteve êxito pleno aplicando a relação percebida na progressão geométrica dos resultados de movimentos anotados por ele no protocolo de registro, sem, portanto, aplicar a fórmula  $2^{n-1}$ .

Genericamente, os dados apontaram variações dos graus da capacidade de articulação dessas estratégias por parte dos participantes. Ao mesmo tempo em que houve um domínio parcial do sistema do jogo por meio dos esquemas representativos, também houve domínio parcial das conceituações pelos participantes P1 (22;1), P3 (21;5) e P4 (22;9) – conforme demonstram suas significações. Todos os participantes, em alguma medida, foram capazes de

conceituar pelo menos duas das estratégias do jogo e coordená-las entre si. Perceber a lógica implícita nos procedimentos a serem adotados no jogo é um relato do pensamento sobre antecipar, coordenar, integrar.

No entanto, as significações de P2(31;2) destacam-se dentre as demais, pois são reveladoras de tomada de consciência das ações envolvidas no ato de jogar. Isto quer dizer que, no plano do compreender, identificou-se a conceituação e coordenação das três estratégias referentes às situações-problema. Verificou-se a formulação e articulação das estratégias utilizadas para a resolução com êxito do jogo, sejam de modo parcial ou na íntegra. Ele revela sua significação ao perceber que o maior disco sempre irá da coluna A para C, sem passar pela B – como demonstrado anteriormente. Desta forma, foi possível observar a capacidade de recorrência e transitividade, no momento quando ocorre o uso mais ampliado das abstrações reflexionantes. Há, pois, capacidade de refletir sobre sua própria ação, demonstrando controle em um plano representativo dos processos responsáveis pelos resultados alcançados pela ação.

### **Considerações finais**

Constatou-se que os sujeitos recorreram à observação de suas ações para confirmar ou negar as hipóteses elaboradas em pensamento. Na maioria dos casos, os sujeitos recorriam à interação com o material do jogo sempre que solicitados a significar suas ações. Embora tenha havido sutilezas que evidenciam pensamentos mais ou menos elaborados e que foram explicitados em suas significações, não houve capacidade de generalização. Tal mecanismo permite ao sujeito solucionar situações mais complexas apenas por meio das hipóteses de forma plena.

O jogo Torre de Hanói demonstrou-se adequado para análise do processo de tomada de consciência com estudantes universitários. Esta adequação é importante, pois permitiu a investigação das sequências dos procedimentos utilizados. Além disso, como atividade exploratória, possibilitou a interação entre sujeito e objeto em uma dimensão temporal.

O processo de tomada de consciência é iniciado pela necessidade de o sujeito ultrapassar o conhecimento prático tentando compreendê-lo para modificá-lo de forma intencional e planejada. Chegar à conceitualização depende de intervenções do meio externo cuja finalidade é fazer com que o sujeito transforme um fazer e o pensar em saber compreendido e verbalizado. Dessa forma, supõe-se que tais aspectos justificam seu uso na presente pesquisa.

Por fim, a implicação pedagógica que se extrai é que, ao visar ações mais assertivas e construtivas, cabe ao professor garantir aos educandos aprendizagens que levem em conta seu nível de desenvolvimento e suas possibilidades. Isto quer dizer, possibilitar que eles progridam, que passem de um nível de conhecimento menos elaborado para outro mais estruturado. O professor deve ser conhecedor de como o ser humano constrói suas aprendizagens, a partir de um processo contínuo de tomada de consciência de suas próprias ações.

## Referências

BARTELMEBS, Roberta Chiesa et al. Modelos de significação sobre conteúdos de astronomia: considerações acerca de um estudo com professores de ciências da educação básica. *Schème - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas*. 2019. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/9736>. Acesso em: 18 jan. 2021.

BIANCHINI, Luciane G. Batistella. Significações e sentimentos sobre o erro: alunos que frequentam a sala de apoio à aprendizagem. 2014. Tese (Doutorado em Psicologia) - Faculdade de Ciências e Letras, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Assis, SP, 2014.

BECKER, Fernando. Educação e construção do conhecimento. Porto Alegre: Artmed: 2001.

CANAL, Cláudia Patrocínio Pedroza; MACHADO, Renata da Silva. Cognição e cooperação entre jovens adultos em um jogo de tabuleiro cooperativo. Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. 2018. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/8626>. Acesso em: 18 jan. 2021.

CARRAHER, Terezinha Nunes. O método clínico: usando os exames de Piaget. São Paulo: Pioneira, 1983.

DELVAL, Juan. Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

DELVAL, Juan. Crescer e pensar: a construção do conhecimento na escola. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

DURO, Mariana Lima; BECKER, Fernando. Análise Combinatória: do método aleatório à combinatória sistemática. Educação & Realidade. 2015. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2175-62362015000300859&lang=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362015000300859&lang=pt). Acesso em: 18 jan. 2021.

FREIRE, Julise Carvalho; OLIVEIRA, Francismara Neves de. Conhecimento social em Piaget: um estudo sobre noções de greve. Psicologia Escolar e Educacional. 2018. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-85572018000300503&lang=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-85572018000300503&lang=pt). Acesso em: 18 jan. 2021.

FRISANCHO, Susana; RAMOS, Enrique Delgado. Razonamiento sobre derechos humanos y prácticas culturales en tres adultos de comunidades indígenas del Perú. Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. 2014. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/4278>. Acesso em: 18 jan. 2021.



GUILHERMINO, Carolina Souza; SILVA, Dener Luiz da. Representação imagética de deus em crianças, adolescentes e jovens adultos: investigações a partir da psicologia genética. *Schème - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas*. 2020. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/11377>. Acesso em: 18 jan. 2021.

INHELDER, Bärbel; CELLÉRIER, Guy et al. O desenrolar das descobertas da criança: em estudo sobre as microgêneses cognitivas. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

INHELDER, Bärbel; CAPRONA, Denys de. Rumo ao construtivismo psicológico.: Estruturas? Procedimentos? Os dois "indissociáveis". In: INHELDER, Bärbel; CELLÉRIER, Guy et al. O desenrolar das descobertas da criança: em estudo sobre as microgêneses cognitivas. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sicoli; PASSOS, Norimar Christe. Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar. Porto Alegre: Artmed Editora, 2005.

MORENO, A. Autorregulación y solución de problemas: um punto de vista psicogenético. *Infancia y Aprendizaje*, Madri, n. 72, p. 51-70, 1995.

NASCIMENTO, Mariana Costa do. A tomada de consciência como possibilidade de proteção dos idosos: uma experiência pedagógica com o jogo quarto na Unati/Uem. 2016. 170 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2016.

OLIVEIRA, Francismara Neves. Um estudo das interdependências cognitivas e sociais em escolares de diferentes idades por meio do jogo xadrez simplificado. 2005. 337 p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP, Campinas.

ORTEGA, Antônio Carlos; FIOROT, Meire; SILVA, L. C. M. O jogo Torre de Hanói em um contexto psicogenético. *Acta Scientiarum*, Maringá, v. 24, n. 1, p. 151-158, 2002.

PEREIRA, Lilian Alves. Prevenção de dificuldades na construção do espaço topológico por meio de intervenção pedagógica com ênfase na área psicomotora e tomada de consciência com alunos da educação infantil. 2009. 145 p. Dissertação

ção (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2009.

PIAGET, Jean. Seis estudos de psicologia. Rio de Janeiro: Forense, 1967.

\_\_\_\_\_, Jean. Biologia e conhecimento: ensaio sobre as relações entre as regulações orgânicas e os processos cognoscitivos. Petrópolis: Vozes, 1973.

\_\_\_\_\_, Jean. A Tomada de Consciência. Trad. Edson Braga de Souza. São Paulo: Melhoramentos, Editora da Universidade São Paulo, 1977.

\_\_\_\_\_, Jean. Fazer e Compreender. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

\_\_\_\_\_, Jean. A representação do mundo na criança. Rio de Janeiro: Record, 1987.

\_\_\_\_\_, Jean. O possível e o necessário: evolução dos necessários na criança. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

\_\_\_\_\_, Jean. As formas elementares da dialética. Trad. Fernanda Mendes Luiz. Coordenação Lino de Macedo. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996.

PIAGET, Jean; GARCIA, Rolando. Hacia una lógica de significaciones. México: Gedisa, 1989.

RESENDE, Augusto Cezar Romero. Área profissional e processo de tomada de consciência: análise microgenética do jogo Torre de Hanói. Dissertação (Mestrado em Psicologia). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

ROSSETTI, Claudia Broetto et al. Aspectos cognitivos e metacognitivos do raciocínio de universitários com queixa de dificuldades de aprendizagem. Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. 2012. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/2329>. Acesso em: 18 jan. 2021.

SALADINI, Ana Cláudia. Da Ação à Reflexão: O Processo de Tomada de Consciência. Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. Volume I, nº 2, Jul.-Dez. 2008.

SALADINI, Ana Cláudia; FOGAÇA JR., Orlando Mendes. A tomada de consciência: um saber docente. In: Anais do XII Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. PUCPR, 2015, p. 12129-12141. Disponível em:

[https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/19524\\_8530.pdf](https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/19524_8530.pdf). Acesso em: 18 jan. 2021.

SILVA, João Alberto da; FREZZA, Júnior Saccon. Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. Educar em Revista. 2011. Disponível em:

[https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lang=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lang=pt). Acesso em: 18 jan. 2021.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. Permutação, quantificação de probabilidades e Torre de Hanói: análise comparativa em escolares de 2o grau. 1982. 173 f. Tese (Doutorado em Psicologia). Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1982.

TORRES, M. Z.; MACEDO, Lino de. Uma análise construtivista da cópia e do raciocínio na Torre de Hanói. Revista Psicogenética, São Paulo, v. 13, n. 30, p. 29-32, 1994.

Recebido em: 06/03/2021  
Aprovado em: 21/04/2021