Schème
Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas
ISSN: 1984-1655

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA COM JOGOS E DESAFIOS PARA COMPREENSÃO DE MULTIPLICAÇÃO

Sônia Bessa[1]
Emanuele Araújo da Silva[2]

Resumo

Este artigo tem como objetivo averiguar os níveis de compreensão da multiplicação e apresentar um processo de intervenção pedagógica priorizando o ensino-aprendizagem dessa operação aritmética. Trata-se de estudo de natureza empírica com testes pré e pós-intervenção. Participaram oito estudantes do terceiro ano do ensino fundamental de uma escola pública. A intervenção priorizou jogos, desafios e situações-problema com conteúdo aritmético, praticados em 14 encontros de duas horas de duração. Os resultados demonstraram que houve uma significativa evolução nas condutas de multiplicação de todos os estudantes: cinco deles descobriram a relação quantitativa "n vezes x", sem necessidade de recorrer à comprovação empírica, antecipando todas as composições possíveis e operando mentalmente por procedimentos aditivos e multiplicativos. Isso não havia sido observado nos participantes no pré-teste.

Palavras Chave: Aprendizagem; Aritmética; Multiplicação.

[1] Docente da Universidade Estadual de Goiás-UEG -Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9857-6523 - E-mail: soniabessa@gmail.com

[2] Emanuelle Araújo da Silva, graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual de Goiás-UEG - Orcid: https://orcid.org/0000-0003-4293-4250 - E-mail: emanuelearaujofsa@gmail.com

ISSN: 1984-1655

Schème
Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas

PEDAGOGICAL INTERVENTION WITH GAMES AND CHALLENGES TO UNDERSTAND MULTIPLICATION

Abstract

This article investigates the levels of understanding of multiplication and presents a process of pedagogical intervention which focuses on the teaching and learning of arithmetic operations of multiplication. Study was conducted with tests before and after the intervention. Eight students from the 3rd year of elementary education in a Brazilian public school participated. The intervention focused on games, challenges and problem situations with arithmetic content. There were 14 two-hour meetings with the participants. The results showed that there was a significant evolution in the multiplication strategies of all students, five of them discovered the quantitative relationship "n times x", without needing to resort to empirical proof. The participants were able to anticipate all possible compositions and make mental calculations of addition and multiplication. These skills were not observed before the intervention.

Keywords: Learning; Arithmetic; Multiplication.

Introdução

Um grupo de crianças da educação infantil ganhou uma caixa com bombons e decidiu reparti-los entre si de tal forma que todas recebessem a mesma quantidade. A atividade transcorreu de forma espontânea, sem nenhuma intervenção de adultos: os bombons foram entregues de criança em criança, até acabar. Ao entregar, as crianças diziam, "um para João, um para mim, e outro para Ana" (nomes fictícios).

Conforme estudos de Kamii (2008) as crianças conseguem com sucesso realizar brincadeiras desse tipo – elas repartem, contam nos dedos ou usam marcas de contagem, ou ainda fazem corresponder um objeto para cada pessoa. Nesse caso, a divisão feita pelas crianças está relacionada a esquemas de correspondência e distribuição. Kamii (2014) explica que uma vez que elas não têm noção do algoritmo da divisão, buscam soluções utilizando seus próprios recursos. Contudo, as dificuldades com as operações de multiplicação e divisão parecem se aprofundar quando são introduzidos à "conta armada" ou o algoritmo convencional.

É comum o equívoco de que ensinar uma operação aritmética consiste em ensinar técnicas de cálculo em detrimento de abordar os vários significados da operação. Faz-se necessário um processo de ensino-aprendizagem que antecipe e transcenda o algoritmo, sem eximi-lo do processo. É importante que os significados da multiplicação e divisão sejam explorados desde os anos iniciais; contudo, a compreensão dos significados vai depender de sucessivas experiências, com a proposição de um ambiente solicitador em que se enfatize a resolução de problemas, jogos, desafios, levando os estudantes a descobrir estratégias de solução e registro. Nesse sentido, a aprendizagem espontânea poderá favorecer a aprendizagem dos algoritmos convencionais. (KAMII, 2014).

Nogueira (2007) reitera que, para que a construção do número inteiro positivo se complete, é preciso que a criança descubra as operações de adição e multiplicação, e estas operações não apenas estão implícitas no número como tal como também o engendram. A autora afirma que as "quatro operações fundamentais" da aritmética – a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão – podem também ser consideradas como duas, a adição e a multiplicação, já que a subtração e a divisão são suas respectivas inversas, surgindo como consequências das operações diretas. As composições aditivas e multiplicativas (lógicas ou numéricas) são solidárias entre si: a construção de uma implica a da outra.

Para Piaget e Zseminska (1981, p. 33), "a adição das relações assimétricas é sua seriação em ato ou pensamento [...] e a multiplicação é a sua seria-

ISSN: 1984-1655

ção do ponto de vista de várias relações ao mesmo tempo". Nogueira (2007, p. 205) ressalta que, "[...] na multiplicação, o que está implícito é a qualidade e, na adição em extensão, A + A′ = B, é a quantidade. Então, é uma implicação recíproca entre qualidade e quantidade, entre compreensão e extensão, ou, de maneira mais apurada, de classe e número".

Em investigação com crianças de segundo e terceiro anos do ensino fundamental, Moro (2004) constatou que elas desconheciam as formas canônicas de expressar as relações de divisão. Porém, já podiam formular algumas dessas relações a seu modo; por exemplo, podiam dispor da escrita alfabética para descrever o repartir efetuado. "Elas lançam mão dos vários tipos de marcas que conhecem como meio de dizer o que estão compreendendo" (MORO, 2004, p. 263).

Segundo Vergnaud (1991, p.78), as crianças trazem consigo, ao iniciarem sua vida escolar, a noção de distribuir quantidades em partes iguais até que não seja mais possível distribuir, noção essa adquirida por situações já vivenciadas. "[…] Os professores não deveriam ignorar o fato de as concepções dos alunos serem modeladas pelas situações da vida quotidiana e pela sua (primeira compreensão) das relações novas com que se deparam". Para Nunes et al. (2005), mesmo as crianças do primeiro ano já têm conhecimentos no campo conceitual das estruturas multiplicativas – portanto, muito antes de esses conhecimentos lhes serem ensinados sistematicamente na escola.

Kamii (2015, p. 91) corrobora essa perspectiva e defende a inserção de situações de divisão em classes do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental. Para essa autora, "[…] problemas de divisão equitativa podem ajudar as crianças a aprender e compreender as frações", uma vez que as operações aritméticas fazem parte do dia a dia das crianças. "Ao considerar diferentes modos de resolução as crianças são desafiadas a explorar a quantidade global envolvida. De forma intuitiva estão estabelecendo relações entre os termos da divisão e a análise do resto" (BESSA; COSTA, 2019, p. 157).

É muito estreita a relação entre a multiplicação e a divisão, e quando ambas são trabalhadas de forma integrada verifica-se uma melhor compreensão dos estudantes. Antes de aprender as técnicas de cálculo, é importante vivenciar recursos como desenhos, jogos com cálculo mental ou rede numérica, dramatizações, situações e desafios do cotidiano escolar em que se abordem os significados das operações. Para Vergnaud (1990), é por meio das diversas situações que envolvem uma multiplicação ou divisão que esses conceitos adquirem sentido para as crianças. O domínio desses conceitos acontece por conta delas mesmas, podendo ou não levar um longo tempo.

Existe uma complexidade nas operações aritméticas que se estende além dos anos iniciais do ensino fundamental. Moro (2004), com referência a Vergnaud (1990), explica que é necessário ver as operações de adição e subtração como parte do campo conceitual das estruturas aditivas, e as de multiplicação e divisão como parte do campo das estruturas multiplicativas.

> Configuram-se essas operações como sistemas de esquemas de várias ordens, aplicáveis a diversas situações, e que se coordenam progressivamente em uma construção complexa, em níveis psicogenéticos diferentes, não limitados aos da aritmética. Logo, têm um processo de compreensão que vai além do período da escolaridade fundamental (MORO, 2004, p. 252).

Essa perspectiva apresentada por Moro (2004) e Vergnaud (1990) permite tratar as quatro operações da aritmética clássica como estruturas conceituais, o que implica dar espaço para estudar suas inter-relações psicogenéticas. À luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud, pode-se analisar a relação dialética entre ação, situação prática e verbalização teórica. Para Moro

(2004, p. 265), a construção árdua e lenta das relações aritméticas requer um processo que se apoia em diversas invariantes além de compor e decompor, entre as quais "[...] a correspondência operatória, logo reversível, entre quantidades. Vemos esta, em conjunto com a relação inclusiva parte-todo da composição-decomposição aditivo-subtrativa, como de presença necessária na compreensão da cardinalidade das coleções numéricas". Essa autora explica que

> a ideia de cardinalidade é construída em trama conjunta progressiva com as demais invariantes o que, no caso das relações da divisão (entre dividendo, divisor e quociente), pode encontrar seu exemplo na identificação de uma grandeza que se conserva, e que é decomposta (e/ ou recomposta) em um número de partes, para resultar em partes equivalentes (MORO, 2004, p. 265).

Os estudos de Moro (2004) propõem que, ao elaborar as notações, as crianças vão construindo as invariantes de estruturas multiplicativas e aditivas. Para Moro isso implicaria a atuação escolar no sentido de promover notações significativas como parte da aprendizagem da matemática.

Dito isso, ressaltamos que um bom caminho para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais atrativo para as crianças são os jogos, os desafios e as situações-problema, porque têm um apelo motivador. Kamii e Declark (1992, p. 93) enfatizam que "aprender a somar, subtrair e multiplicar envolve um raciocínio lógico matemático, e raciocínio não é técnica. O raciocínio não se desenvolve e nem pode ser aperfeiçoado meramente através da prática".

Como forma de recuperar o interesse das crianças e contribuir para que elas assimilem a aritmética, os jogos de regras são apresentados por vários autores, como Mizukami (1986), Kamii e Declark (1992), Zunino (1996) Kamii e Housman (2002), Macedo, Petty e Passos (2005), Kamii e Joseph (2008), Macedo (2009) e outros. Zunino (1996) menciona a necessidade de deixar a criança descobrir seu jeito próprio de trabalhar com a aritmética, desvendando progressivamente as maneiras mais econômicas de realizar as operações. Kamii e Joseph (2008) salientam que o jogo é uma ferramenta que influencia o desenvolvimento da autonomia, do senso crítico e da confiança dos estudantes. Além disso, promove a capacidade de criar estratégias para resolver problemas, o que o torna mais interessante que as atividades tradicionais. Já para Macedo, Petty e Passos (2005), o jogo pode significar para a criança uma experiência fundamental de conhecer profundamente a construção de respostas por um trabalho lúdico, simbólico e operatório interligados.

A influência dos jogos no ensino da aritmética vai além das contribuições cognitivas para a criança. Kamii e Declark (1992, p. 172) afirmam que "[...] os jogos envolvem regras e interação social, e a possibilidade de fazer regras e tomar decisões juntos é essencial para o desenvolvimento da autonomia". Complementarmente, no âmbito do crescimento pessoal e social do indivíduo, os jogos possibilitam entender que existem regras, que estas devem ser cumpridas, e que decisões podem ser tomadas em conjunto. Estas ações contribuem para o processo de construção do caráter e da autonomia da criança. Para Kamii e Joseph (2008), deve-se encorajar as crianças a pensar por si mesmas, gerando estudantes que confiam no próprio raciocínio.

Para Bessa e Costa (2016), a inserção de atividades no ambiente escolar que recorram a desafios, jogos e situações-problema promove os processos de abstração, porque utiliza situações do cotidiano e faz sentido para os estudantes. Essas autoras ressaltam que a própria natureza dos jogos favorece os mecanismos da abstração: o estudante levanta e comprova hipóteses, antecipa jogadas mentalmente, verifica quantos procedimentos ou pontos são necessários para alcançar determinado resultado, utilizando para isso mecanismos de compensação. Ele se sente instigado a participar – não tem a obrigatoriedade de saber, pois geralmente os jogos dependem dos elementos sorte ou acaso.

Para Santos (2009, p. 66-67), o professor é o principal responsável pela escolha de metodologias motivadoras e desafiadoras, que são importantes para o bom desenvolvimento do educando: "[…] o nosso principal papel como professores, na promoção de uma aprendizagem significativa, é desafiar os conceitos já aprendidos, para que eles se reconstruam mais ampliados e consistentes […]. Quando problematizamos, abrimos as possibilidades de aprendizagem".

Tendo em mente essa problemática, este artigo tem como objetivos averiguar os níveis de compreensão da multiplicação por estudantes do terceiro ano do ensino fundamental, apresentar uma intervenção pedagógica e analisá-la.

Metodologia

Desenho

Este é um estudo de natureza empírica, descrito por Campell e Stanley (1979) como um delineamento quase experimental porque não dispõe de um controle. Recomendado para verificar os efeitos de uma intervenção no início e no fim do estudo, esse delineamento permite trabalhar simultaneamente muitas variáveis e tem uma abordagem qualitativa. Sua descrição é: aplica-se um pré-teste a um grupo; submete-se esse grupo a uma intervenção; e aplica-se, então, um pós-teste. Diferenças entre o pré e o pós-teste evidenciariam a eficácia (ou ineficácia) da intervenção pedagógica.

Participantes

Participaram deste estudo oito estudantes do terceiro ano do ensino fundamental de uma escola pública localizada na cidade de Formosa (GO). Estes foram indicados por seus professores, sendo quatro do sexo masculino e quatro do sexo feminino divididos igualmente entre sete e oito anos. Os estu-

ISSN: 1984-1655

dantes fizeram um pré e pós-teste e uma intervenção pedagógica, perfazendo 16 encontros, sendo que o primeiro e o último foram dedicados ao pré e pós-teste e outros 14 foram de intervenção pedagógica. Cada intervenção oscilou entre 1,5 e duas horas, e ocorreram durante dois dias por semana, nas terças e quintas feiras, no período contrário as aulas das crianças numa pequena sala anexa a diretoria escolar.

Instrumentos

Para o pré e o pós-teste foi utilizada uma atividade adaptada de Zaia (1996) que permite verificar o nível de compreensão da multiplicação, denominada "Prova dos palitos". Para o pré e pós-teste a atividade foi individual com a participação de somente um estudante e a pesquisadora.

Sobre uma mesa, são dispostos 50 palitos de picolé e pede-se ao estudante que faça o maior número de figuras usando dois, três e quatro palitos durante 20 segundos. Ao terminar, a pesquisadora pergunta-lhe quantos palitos ele usou ao todo, como chegou àquele resultado e se havia outra maneira de descobrir o total de palitos. Em seguida, é proposto ao estudante fazer o movimento inverso. Apresenta-se uma quantidade X de palitos (12 e 15), e pergunta-se quantas figuras diferentes ele pode fazer usando a mesma quantidade, sem sobrar nem faltar palitos. São pertinentes contra-argumentos, como questionar o estudante se tem certeza de que usou o mesmo número de palitos em cada figura, e como fez para descobrir.

O instrumento é dividido em duas partes. A primeira averigua a compreensão da multiplicação pelos estudantes e solicita que eles elaborem representações de adição ou multiplicação com dois, três e quatro palitos, de tal forma que sejam capazes de perceber o todo e as partes, bem como os processos implicados nas operações de adição e multiplicação. A segunda parte consiste em averiguar a operação inversa da multiplicação, a "divisão", checando se os estudantes percebem a relação entre ambas. Os estudantes devem identificar os divisores de 12 e 15 e os processos implicados nas operações de multiplicação e divisão. Esse instrumento permite verificar a evolução dos estudantes quanto a construção das operações aritméticas.

Zaia (1996) a partir da atividade organizou seis condutas. São elas:

Conduta **IA** – o estudante não chega à consciência do número de vezes que pegou determinada quantidade de palitos para fazer figuras com dois, três e quatro palitos;

Conduta IB – o aluno não acredita que, com a mesma quantidade total, possa construir figuras de quantidades diferentes, sem sobrar ou faltar palitos;

Conduta IIA – a multiplicação é parcialmente compreendida como adição de adições, mas o estudante não tem consciência da operação "n vezes x". Utiliza tentativa e erro e não consegue realizar antecipações, predominando o pensamento intuitivo quanto à multiplicação;

Conduta IIB – o estudante antecipa composições possíveis, realiza cálculo mental, mas ainda predominam procedimentos aditivos, embora utilizando procedimentos multiplicativos com suporte empírico;

Conduta IIIA – o aluno adota procedimentos multiplicativos por cálculo mental, mas não compreende ou utiliza a reversibilidade necessária à operação de divisão, reconhece parcialmente os divisores de 12 e 15 recorrendo a multiplicação;

ISSN: 1984-1655

Conduta IIIB – o estudante alcança a reversibilidade necessária à operação de divisão, calculando mentalmente e simultaneamente a partir da multiplicação e divisão, reconhece os divisores de 12 e 15.

Após o pré-teste com a "prova dos palitos", foi realizada uma **intervenção** pedagógica com os estudantes divididos em pequenos grupos. Foram 14 encontros, após esse período de intervenção realizou-se o pós-teste com o mesmo instrumento inicial, ou seja, a "prova dos palitos".

A intervenção fundamentou-se no método clínico, cuja importância é a de que, no decorrer do exame, o experimentador não só leva em conta as hipóteses do estudante, mas põe à prova essas hipóteses. Em um movimento dialético, as respostas às perguntas dão lugar a novas perguntas, com o fim de completar a informação que possibilite testar a hipótese. Para Piaget e Szeminska (1981, p. 176), trata-se de um método misto, porque faz uso da observação e da experimentação: "[…] conserva, assim, todas as vantagens de uma conversação adaptada a cada estudante e destinada a permitir-lhe o máximo possível de tomada de consciência e de formulação de suas próprias atitudes mentais".

Procedimentos

O Pré e pós-teste foram realizados no primeiro e no último encontro com os estudantes individualmente pela pesquisadora em um ambiente reservado. Durante a intervenção pedagógica os estudantes foram divididos em grupos de trabalho, permitindo uma forte interação social e a possibilidade de cooperação entre eles. As atividades ocorreram em ciclos alternados de solução prática com apoio no material e, em algumas situações, produção e interpretação de notações. A intervenção envolveu jogos, desafios e situações-problema específicos para o desenvolvimento das operações aritméticas.

ISSN: 1984-1655

As intervenções foram pautadas pela necessidade de orientar os estudantes na compreensão do que o jogo, o desafio ou a situação-problema pedia e desafiar o pensamento deles. Foram pertinentes perguntas como: você tem certeza desse resultado? O que você pensou ao resolver assim? Teria outro jeito de fazer, diferente desse? De quantos pontos você precisa para chegar a esse resultado? Quantos pontos ultrapassaram o resultado desejado? Será que assim estão todos com a mesma quantidade de fichas? Veja como seu colega resolveu essa questão. O que você acha disso? Como você chegou a esse resultado? Que tipo de cálculo utilizou? Poderia ser diferente? Como? Vejo que você contou os palitos de dois em dois. Teria outro jeito? Um colega seu, em vez de somar 6 + 6 + 6 + 6, disse que poderia ser 4 × 6. O que você acha disso? Ele está certo ou errado? Por quê?

Outros exemplos dessas formas de intervenção podem ser identificados nos excertos dos estudantes apresentados mais à frente. As crianças em grupos, de dois ou três participantes, escolhiam livremente a forma de registrar os jogos – podiam usar marcas de contagem, desenhos pictóricos, palitos, dedos, o algoritmo ou nenhum destes. Também foram convidadas a falar sobre suas produções.

Os dados foram registrados em fotografias, áudios e vídeos com a autorização da escola e dos pais. Após cada intervenção, as pesquisadoras fizeram anotações em um diário de campo. Esse registro foi importante para a memória das pesquisadoras, e permitiu um olhar aprofundado para a análise das intervenções. Foram respeitados todos os preceitos éticos, o anonimato dos participantes e a confidencialidade dos dados.

ISSN: 1984-1655

Resultados e discussão

Os dados foram analisados qualitativamente, em três eixos: a) pré-teste; b) pós-teste; e c) intervenção pedagógica. Os resultados serão apresentados de forma qualitativa, tomando como referência esses três eixos de análise.

No Quadro 1, estão assinalados os resultados do pré e pós-teste dos estudantes. A fim de evitar a identificação dos participantes, doravante será utilizada somente a letra inicial do nome do estudante.

Quadro 1: Condutas de multiplicação no pré e pós-teste

Estudante	Idade	Sexo	Conduta no pré-teste	Conduta no pós-teste
I	8	F	IB	IIIA
B	8	F	IIA	IIIA
N	8	F	IIB	IIB
S	8	F	IIA	IIIA
C	7	M	IIA	IIIA
L	7	M	IIA	IIIA
H	7	M	IB	IIA
JP	7	M	IB	IIA

Fonte: dados organizados pelas pesquisadoras.

Pré-teste

No pré-teste, foram registradas as condutas IB, IIB e IIA, com três estudantes na conduta IB, uma na IIB e quatro na IIA. A conduta mais evoluída foi da estudante N, de 8 anos, que em suas respostas demonstrou uma compensação exata – "número de figuras vezes número de palitos em cada figura" –, descobrindo a relação quantitativa "n vezes x" sem necessidade de recorrer a comprovação empírica. A estudante antecipou todas as composições possíveis, operando mentalmente; contudo, seus procedimentos foram mais aditivos que multiplicativos.

Na conduta IIA, foi encontrada metade das crianças: trata-se dos quatro estudantes que compreendiam a multiplicação parcialmente, somente por processos aditivos, sem entender a operação "n vezes x". Os estudantes acreditavam na possibilidade de obter a mesma quantidade total a partir de figuras com outras quantidades de palitos, mas só por tentativa e erro, sem antecipação. Verificou-se o início de uma tomada de consciência do número de operações correspondente a "n vezes x", sendo n o número de vezes que se pega os palitos ou o número de figuras e x o número de palitos de cada figura. Contudo, os estudantes não sabiam, antes de construí-las, quantas figuras poderiam montar com determinada quantidade total nem conseguiam antecipar mentalmente. Verifica-se a descoberta da compensação necessária, embora intuitiva e, portanto, qualitativa. Disso se conclui que, para obter o maior número de figuras com a mesma quantidade de palitos, é necessário que cada uma delas tenha menos palitos, ou que haja uma quantidade menor de figuras, com mais palitos cada uma. A multiplicação é parcialmente compreendida como adição de adições, sendo que o sucesso é alcançado por via aditiva, sem plano e sem tomada de consciência da operação "n vezes x".

Na conduta IB, foram registrados três estudantes. Essa é uma conduta bem elementar, adotada por crianças que não acreditam que, com a mesma quantidade total, possam construir figuras diferentes sem sobrar ou faltar palitos. Essas crianças apresentavam dificuldades até mesmo para executar a tarefa por tentativa e erro. No pré-teste, somente uma estudante apresentou um nível mais evoluído da compreensão da multiplicação. A seguir, são exibidos excertos do pré-teste da estudante I, cuja evolução foi notória ao final da intervenção.

ISSN: 1984-1655

Pré-teste da estudante I

Nos diálogos apresentados a seguir, será utilizada a letra P para designar a pesquisadora, e os estudantes serão representados pela letra inicial do seu nome. Será descrito o pré-teste da estudante I, que estava na conduta IB. Apresentados à solicitação de fazer figuras com diferentes quantidades de palitos, os estudantes nessa conduta começam a tomar consciência do número de figuras feitas ou do número de vezes que pegam determinada quantidade de palitos, mas ainda não acreditam que, com a mesma quantidade total, possam construir figuras de quantidades diferentes, sem sobrar ou faltar palitos.

No começo da atividade, a estudante I conseguiu fazer figuras com dois, três e quatro palitos. Ao concluir figuras com dois palitos, foi perguntado a ela:

> *P: Quantas figuras você fez?*
> *I: Cinco [olhou para as figuras e começou a contar os palitos de um em um antes de responder].*
> *P: Quantos palitos você usou ao todo?*
> *I: Dez palitos.*
> *P: Como você fez para descobrir isso?*
> *I: Contei de um em um.*
> *P: Haveria outro jeito que você poderia fazer? Diferente desse?*
> *I: Contar de dois em dois.*
> *P: Uma menina lá da sua sala me disse que tem outro jeito de contar, que seria 5 × 2, ou 2 + 2 + 2 + 2 + 2. Ela está certa ou errada?*
> *I: Sim, porque dá 10 [não foi capaz de explicar].*

Foi proposto a I que fizesse figuras com três e depois quatro palitos. Em todas as situações, I contava os palitos como se fossem unidades. Não reconhecia a multiplicação como possibilidade. Quando questionada sobre a repetição aditiva ou a multiplicação, afirmava que estava certo, mas não conseguia formular uma argumentação coerente. Conseguiu fazer agrupamentos com dois, três e quatro palitos por tentativa e erro, mas não obteve sucesso ao contar de três em três ou de quatro em quatro. Transformava os palitos em unidades para encontrar a quantidade total, não fazia cálculo mental e contava de um em um.

Foram entregues 12 palitos a I e solicitou-se que ela os organizasse de formas distintas, sem deixar faltar ou sobrar palitos. Nessa atividade, I teve dificuldade e foi agrupando os palitos de dois em dois (por sugestão da pesquisadora).

> *P: Quantas figuras você fez?*
> *I: Seis.*
> *P: Como você fez para descobrir que daria seis figuras com dois palitos?*
> *I: Contei de dois em dois para descobrir isso.*
> *P: Teria outras formas diferentes, com outras quantidades, sem sobrar ou faltar palitos? [I mexeu nos palitos, hesitou, e num esforço de tentativa e erro começou a fazer figuras com três palitos].*
> *I: Vou conseguir fazer seis figuras e que seria menos que o anterior com dois palitos. [Fez quatro figuras utilizando três palitos em cada. Assim que concluiu, passou para o número 4 e afirmou que poderia fazer as figuras com três e quatro palitos].*
> *P: Você conseguiu utilizar dois, três e quatro palitos. Seria possível fazer figuras com cinco palitos sem sobrar ou faltar? [Nesse momento, I começou a pensar e a manusear os palitos, tentando fazer novas formas].*
> *I: Vou conseguir fazer duas figuras e vai dar menos que o anterior, mas vai sobrar palitos, porque 5 é maior do que 4.*

Nessa última situação, I utilizou a adição e a subtração como recurso, fazendo um cálculo mental mesmo que de forma rudimentar, mas não se apropriou do conceito de multiplicação. Seu sucesso foi obtido por tentativa e erro, sem antecipação mental. Também não conseguiu saber quantas formas poderia construir sem sobrar ou faltar figuras.

ISSN: 1984-1655

Pós-teste

Após a intervenção pedagógica e realizado o pós-teste, os resultados foram bem mais promissores. Foram encontradas três condutas: cinco estudantes na conduta IIIA, uma na IIB (essa estudante não apresentou variação entre o pré e o pós-teste) e somente duas na IIA. Dos oito estudantes que participaram da intervenção, sete apresentaram resultados melhores.

Bessa e Costa (2019) investigaram o nível de compreensão de multiplicação e divisão e realizaram uma intervenção pedagógica com 14 estudantes do quarto ano do ensino fundamental, divididos em dois grupos: controle e experimental. No pré-teste, os dois grupos não diferiam entre si, apresentando o mesmo nível de compreensão da operação de multiplicação. Após a intervenção, os participantes do grupo experimental apresentaram expressivos progressos nas condutas da divisão. Os participantes do grupo experimental superaram as dificuldades iniciais, o mesmo não sendo observado em relação aos participantes do grupo controle.

Dois estudantes que estavam na conduta IB alcançaram a conduta IIA e uma estudante, I, de 8 anos, saiu da conduta IB para a IIIA – essa aluna deu um salto qualitativo, ultrapassando a conduta IIA e chegando à IIIA. De todos os estudantes da amostra, ela foi a que apresentou a maior evolução. A seguir, será exibido o excerto do pós-teste da estudante.

Pós-teste da estudante I

Solicitou-se que I fizesse figuras diferentes usando inicialmente dois, três e quatro palitos. Ela rapidamente entendeu o comando e foi fazendo as figuras com dois palitos sem dificuldades. Construiu dez figuras com dois palitos.

ISSN: 1984-1655

P: Quantos palitos você usou ao todo?
I: 20.
P: Como você fez para descobrir?
I: Olhei e contei o número de figuras e multipliquei por 2.
P: De que outro jeito você poderia fazer?
I: Somando e multiplicando.
[Com três palitos, I fez as figuras rapidamente. Construiu nove figuras].
P: Quantos palitos você usou ao todo?
I: 27.
P: Como você fez para descobrir?
I: Contei e multipliquei 9 × 3 = 27.
P: De que outro jeito você poderia fazer, diferente desse?
I: Dividindo: 27 ÷ 3 = 9.

Com quatro palitos, I fez nove figuras. Ao responder como calculou, respondeu que havia multiplicado 9 × 4 = 36 e, ao apresentar outra forma de cálculo, fez menção à adição.

Na segunda parte da atividade, I recebeu 12 palitos e foi convidada a fazer figuras diferentes usando a mesma quantidade, sem sobrar nem faltar palitos. Construiu quatro figuras com três palitos, contou os palitos e construiu as figuras.

P: Tem certeza que usou o mesmo número de palitos em cada figura?
I: Sim, contei e multipliquei 3 × 4 = 12.
P: Quantas figuras você fez?
I: Quatro.
P: Quantos palitos você usou ao todo? Como fez para descobrir?
I: 12, usei a multiplicação.
P: Com seus palitos, você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma, sem sobrar, nem faltar? Por quê?
I: Sim, usando dois palitos poderia fazer seis figuras, porque 6 × 2 = 12.

No pré-teste (antes da intervenção), foram entregues 15 palitos a I, solicitando-lhe que fizesse figuras com diferentes quantidades sem deixar sobrar nem faltar nenhum palito. I alegou que não seria possível. No pós-teste, a mesma aluna realizou a atividade com os palitos utilizando todos os divisores de 15 (1, 3, 5 e 15). Ela fez a compensação exata entre o número de figuras vezes o número de cada palito na figura. Não recorreu, em nenhum momento, a comprovação empírica. Fez os cálculos mentalmente, mas não conseguiu alcançar a reversibilidade de pensamento da divisão por cálculo mental, somente pela multiplicação, o que a classificou na conduta IIIA.

Todos os quatro estudantes que estavam na conduta IIA no pré-teste passaram para a conduta IIIA, uma evolução significativa. Os estudantes utilizaram procedimentos multiplicativos por cálculo mental, mas não conseguiram usar o recurso da reversibilidade (divisão).

Somente uma das estudantes, N, manteve a conduta inicial no pré-teste no pós-teste, IIB. Analisando o contexto de participação dos estudantes e esse caso em especial, constatou-se que a aluna teve muitas faltas, o que pode ter levado à permanência na mesma conduta.

Relato das intervenções

No Quadro 1, estão relacionados os jogos, os objetivos e a aprendizagem esperada. Os jogos "Memória de 10", "Desça 10" e "Pegue 10" têm objetivos similares. O jogo "Palitos 1 e 2" explora os conceitos de multiplicação e divisão. O jogo "Cubra os dobros" foi ampliado para "Cubra o triplo" por sugestão dos estudantes e, após algumas jogadas, "Cubra o dobro + 1" e "o dobro + 5". A partir das situações verificadas em jogo foram formuladas algumas situações problemas.

Quadro 1: Atividades propostas para a intervenção pedagógica

Atividade, jogo ou desafio	Aprendizagem esperada
Memória de 10, desça 10, pegue 10 Realizar somas que totalizem 10 com diferentes quantidades de cartas. Fonte: Kamii e Joseph (2008).	Adições e subtrações com unidades e dezenas simultaneamente cujo total seja 10 com diferentes quantidades e por cálculo mental; considerar o valor posicional do número. Construção da rede numérica e noções espaciais.
Marcando Pontos Somar cartas com valores diferentes que totalizem 5. *	Para contar os pontos obtidos, utilizar processos de adição, subtração e multiplicação por cálculo mental.
Salve Descobrir o número que está faltando a partir do resultado. Considerar simultaneamente o todo e as partes e prever a partir do todo a "incógnita". Fonte: Kamii e Joseph (2008).	Calcular e registrar os pontos obtidos utilizando procedimentos de adição, subtração e multiplicação.
Palitos 1 e 2 Formar figuras com uma quantidade X de palitos, multiplicando ou dividindo. Fonte: Mantovani de Assis (2013)	Operações de multiplicação e divisão, cálculo mental, relações de diferença; relacionar a parte e o todo simultaneamente. Calcular e registrar utilizando procedimentos de multiplicação e divisão. Fazer corresponder e estabelecer equivalências.
Cubra os Dobros, cubra os Triplos, cubra o Dobro + 1, cubra o Dobro + 5 Ao retirar um número de 1 a 6 no dado, o estudante deve descobrir o dobro e o triplo. *	Operações aritméticas de adição e multiplicação, multiplicar por 2 e por 3, reconhecer antecessor e sucessor, cálculo mental.
Contando os Pontos do Dado Relacionar diferentes quantidades de fichas para os pontos do dado. *	Enumeração, relação termo a termo utilizando adição, multiplicação e divisão por cálculo mental. Fazer corresponder e estabelecer equivalências.

Fonte: Dados organizados pelas pesquisadoras

* Atividade elaborada pelas pesquisadoras.

A seguir, será descrita a participação dos estudantes durante duas intervenções pedagógicas. Os alunos foram organizados em dois grupos com o intuito de facilitar a interação social, autonomia e a troca de pontos de vista.

Jogo Marcando Pontos

Ao introduzir a comanda do jogo Marcando Pontos, foi perguntado aos estudantes quem tinha interesse em ler as instruções. A aluna N foi a única que se manifestou: "*Eu sei ler e quero ler*". Após a leitura da comanda, o jogo foi apresentado aos estudantes por meio de exemplos e um passo a passo. Caracterizado por estabelecer relações numéricas de 1 a 5, Marcando Pontos é um jogo recomendado para crianças do primeiro ano escolar. É composto por 40 cartas de 1 a 5, com a representação da quantidade e o numeral. As cartas são embaralhadas e divididas igualmente para cada participante. O jogo inicia-se com um dos participantes colocando a carta de cima do seu monte aberta no centro da mesa. O próximo deve virar a carta do topo do seu monte e verificar se, ao somá-las, chega ao resultado 5. Em caso positivo, deve comprá-la e guardar ambas ao lado de seu monte; em caso negativo, deve descartá-la, colocando-a ao lado das cartas na mesa, e passar a vez. Os participantes seguintes devem proceder da mesma forma até que todas as cartas tenham acabado. Ganha o jogo o participante que tiver o maior número de cartas que somem 5 unidades. Ao final, os estudantes devem conferir e somar os pontos, ou utilizar o recurso da multiplicação, para chegar ao resultado e apresentar aos demais membros do grupo, a fim de verificar quem obteve mais pontos.

Esse jogo foi escolhido porque, no pré-teste, constatou-se que a compreensão da multiplicação era bem elementar: quase a metade dos estudantes não conseguiam, com a mesma quantidade de palitos, construir figuras de quantidades diferentes sem sobrar ou faltar palitos. Muitos tinham dificuldade até com a adição de números de 1 a 5 e, para somar 3 + 2, recorriam aos dedos, marcas de contagem ou desenhos pictóricos.

No início das jogadas, todas as crianças conseguiram realizar a adição das fichas sobre a mesa, contudo, recorriam à quantidade expressa nas cartas como referência. O cálculo mental só foi utilizado mediante quantidades pequenas, como 1 + 3 ou 2 + 2. À medida que o número aumentava, os alunos recorriam às marcas, contando de um em um.

Na primeira jogada das estudantes I e N, saiu 2 + 2. N falou: "*Vixe, essa é fácil*", e respondeu "4" sem contar os pontos da ficha. Mas, ao sair 4 + 3 na vez de I, contou apontando para as marcas da carta para confirmar se era 7. Em todas as demais jogadas, N utilizou as marcas como referência para contar. Quando saiu 4 + 4, contou as marcas uma por uma até chegar ao resultado, contudo, dessa vez não apontou com os dedos ao realizar a soma. As estudantes estavam começando a utilizar o cálculo mental, dispensando a ação de contar as marcas correspondentes nas cartas.

Parra e Saiz afirmam que, diante de um problema, os estudantes têm de construir uma representação das relações que há entre os dados: "[…] o enriquecimento das relações numéricas através do cálculo mental facilita para os alunos, frente a uma situação, serem capazes de moldá-la, por antecipação" (1996, p. 195).

Em todas as rodadas, o estudante L utilizou o cálculo mental. H também, só demorava um pouco quando saíam números maiores e, quando ficava com alguma dúvida, contava nas marcas das cartas para ver se o cálculo que fez de cabeça estava correto.

ISSN: 1984-1655

Na intervenção seguinte, os estudantes foram bem rápidos nas jogadas, fato que permitiu a inserção de outros desafios. Foi solicitado que subtraíssem ao invés de somar as cartas, e ao sair 4 e 4 na primeira rodada, N falou assim que viu as cartas sobre a mesa: "*Uai, 4 menos 4 é zero*".

Na atividade de utilizar a subtração, I apresentou muita dificuldade, enquanto N falou: "*É muito fácil essa*". I estava demorando a responder e os outros participantes estavam sem paciência porque já sabiam o resultado. Como ela não estava conseguindo calcular 4 − 3, foi entregue a ela uma folha e palitos de picolé para fazer o cálculo. Ela respondeu com surpresa: "*nossa, sobrou só 1*". Assim fez em todas as rodadas, sempre com dificuldade, mas utilizando marcas de contagem e os próprios dedos para chegar ao resultado e frequentemente contando novamente, para ter certeza. Ao longo das rodadas, foi progredindo. L, N e H não tiveram dificuldade.

Ao finalizar todas as rodadas, foi perguntado o que os estudantes acharam do jogo. Todos disseram que gostaram muito e acharam fácil. Logo em seguida, perguntou-se como eles estavam fazendo para chegar ao resultado.

L: Eu estava contando na cabeça.

H: Eu estava contando na cabeça e às vezes contei nas marcas da carta, porque estava com dúvida.

N: Quando eu era do primeiro ano, eu já aprendi sobre esses jogos, e essas bolinhas eu tipo adivinhei, igual essas aqui têm 5 em cada e 5 + 5 = 10.

I: Eu contei pelos pontinhos pretos.

Os estudantes H, N e I utilizaram marcas de contagem para concluir os pontos do jogo, sem conseguir efetivar a adição por cálculo mental. Segundo Kamii e Joseph (2008), esse comportamento revela que a criança não consegue relacionar a parte e o todo e tem dificuldades de pensar simultaneamente nos dois totais que fizeram e em um total de ordem superior.

ISSN: 1984-1655

Para o outro grupo de estudantes, também foi apresentada a comanda do jogo Marcando Pontos. Na primeira rodada, o aluno C tirou 5 + 3, demorou um pouco para responder e falou: "*É 7, né, tia?*" Com isso, foi questionado se tinha certeza de sua resposta. "Não sei, vou contar de novo", e utilizou como referência as marcas das fichas. C percebeu que o resultado não era 7 e falou: "*Nossa, é 8*". Nesse caso, a criança sentiu a necessidade de repetir a ação anterior para chegar à conclusão.

Mantovani de Assis (2013, p. 84) explica essa ação como um "retorno empírico":

> […] esse comportamento evidencia a presença de uma estrutura de pensamento, que caracteriza um estado de equilíbrio intermediário entre a intuição e a operação. […] Esse tipo de comportamento já apresenta um progresso com relação ao anterior, pois a dificuldade foi compensada pela repetição da ação.

No início do jogo, todos os participantes tiveram dificuldades em cálculos como 5 + 2 ou 5 + 3, recorrendo ao retorno empírico. Ao sair 5 + 5 em outra rodada, a aluna S respondeu rapidamente: "*Dá 10*". Foi-lhe perguntado: como você descobriu o resultado tão rápido? "*Uai, tia, 5 mais 5 dá 10, e temos 10 dedos na mão, 5 em uma e 5 na outra, então 5 + 5 = 10*". Essa estudante utilizou os dedos como suporte empírico para o cálculo. Assim que se familiarizaram com o jogo, todos os participantes conseguiram realizar as operações, mas ocasionalmente recorriam às bolinhas da carta, mesmo que apenas para conferir o resultado.

Em outra rodada, foi solicitado que os alunos subtraíssem as fichas. O estudante JP disse: "*Tia, eu não sei diminuir e nem tirar*", e sempre que chegava sua vez falava acanhado: "*Como que é de menos? Eu não vou conseguir*". Seus colegas falavam: "*Calma, você consegue sim*", "*é só prestar atenção*", "*é só contar nos dedos*". Os colegas de JP foram apresentando outras maneiras de chegar à subtração, estando sempre à disposição para ajudá-lo. Em uma das partidas, ao chegar a vez de JP, os números das fichas para realizar a subtração eram 3 e 3, de modo que ele respondeu bem rápido: "*Tenho três, tiro três, fico sem nada*". Com isso, ele falou: "*Não é tão difícil como eu imaginei*".

A interação com os pares, a troca de pontos de vista, foi fundamental no progresso dos estudantes. Para Piaget (2003, p. 348), "toda ligação lógica é, ao mesmo tempo e indissociavelmente, individual e social". É possível que a interação social e a ação de jogar tenham permitido aos estudantes evoluir para condutas mais elevadas da compreensão da multiplicação, uma vez que "os conhecimentos não são tirados dos objetos como tais, mas das ações exercidas sobre eles" (PIAGET, 2003, p. 350).

Jogo Salve

Após o trabalho com o jogo Marcando Pontos, foram introduzidos os jogos Memória de 10, Desça 10 e Pegue 10. Esses jogos permitiram a construção de uma rede numérica de 1 a 10, encorajando os estudantes a refletir sobre esses números. Essa rede incluiu não apenas a adição, mas também a subtração e o princípio da multiplicação e divisão. Para calcular ou registrar os pontos, requeria-se do estudante um exercício mental que incluía a adição e/ou multiplicação. Ao verificar que usavam com frequência a adição, estimulou-se os alunos a recorrer à multiplicação e comparar as duas formas de calcular.

O jogo Salve também foi apresentado aos estudantes. Seu objetivo é realizar as quatro operações aritméticas via cálculo mental, envolvendo os conceitos de todas as operações aritméticas. Enquanto joga, requer-se do estudante que seja capaz de considerar simultaneamente o todo e as partes e prever, a partir do todo, a "incógnita".

O jogo envolve três pessoas: um estudante põe-se à frente do outro, cada um pega um número, mas nenhum dos dois pode ver o número que pegou, somente o do colega. Ambos colocam o número na testa. Um terceiro é designado juiz e deverá dizer a soma dos dois números. Os dois participantes devem adivinhar o seu número, considerando o total mencionado pelo juiz e o número do colega à sua frente. Quem responder acertadamente primeiro leva as duas cartas. Por exemplo, o estudante "A" tem o número 9 em sua testa e "B" tem o 7. Caso o total mencionado pelo juiz seja 16, "A" tem a seguinte situação: (7 + _____= 16), "B" tem (9 + _____ = 16) e o juiz tem (9 + 7 = ____). Cada participante tem um cálculo diferente para fazer. É um jogo que trabalha as operações por meio de equações, exigindo um raciocínio elaborado (BESSA; COSTA, 2017). O jogador precisa conservar o todo, perceber as partes, relacionar essas partes por cálculo mental e chegar ao resultado final.

Como o jogo precisava somente de três indivíduos, o juiz foi representado por dois estudantes, e em algumas rodadas a pesquisadora fez o papel de juiz. O grupo foi composto por B, C, S e JP. JP mostrava-se muito inquieto e inseguro. Em todas as rodadas, utilizava os dedos para descobrir os resultados e perguntava: "*É de mais, é? Tia, eu estou fazendo continha de mais e deu esse resultado, está certo?*" O papel da pesquisadora foi decisivo para acalmar o espírito de JP. As atividades que a criança realiza devem desafiar sua inteligência e seus interesses na medida certa a fim de que as crianças adquiram autoconfiança, desenvolvam autoestima e valorização pessoal.

Em uma das rodadas, a estudante B descobriu a sua carta com muita facilidade, e JP perguntou: "*Uai, como você sabe?*" B respondeu: "*Eu contei da carta 7 até o resultado total, que foi 11, aí descobri que minha carta é 4. Contando do número 7 até o 11*". Segundo Kamii e Joseph (2008), a criança adquire a reversibilidade de pensamento quando se torna capaz de executar mentalmente duas

ISSN: 1984-1655

ações opostas ao mesmo tempo. Seria o ato de dividir o todo em duas partes e juntar as partes em um todo novamente. Considerando esse pressuposto, B demonstrou que estava construindo o pensamento reversível.

O aluno C teve facilidade com os números menores e conseguiu fazer o cálculo mental, porém, com números maiores, tinha dificuldade. Em uma das rodadas, ao sair 8 + 7, rapidamente contou nos dedos começando do 8 até chegar ao resultado, 15. Em outra rodada, cujo total era 12, C respondeu: "*6, uai, o dela é 6 também, 6 + 6 sempre é igual a 12, igual à caixinha de ovo, tem 12*".

Em uma jogada com o estudante T cujo resultado era 11, I respondeu que seu número era 3. Foi perguntado como havia chegado tão rapidamente a esse resultado, e ela respondeu: "*3, porque agora eu sei, olha o dela [T], está lá o 8, eu contei até chegar o 11 e deu 3 aqui na minha mão, então 8 + 3 = 11, né, tia?*"

Esses estudantes consideraram o número do colega e a informação do juiz e fizeram a inferência a partir de seus observáveis. Para Nunes et al. (2005, p. 79), quando se resolve um problema de raciocínio aditivo, utiliza-se o raciocínio dedutivo baseado na relação parte-todo: "o raciocínio aditivo refere-se a situações que podem ser analisadas a partir do axioma básico: o todo é igual à soma das partes".

Kamii e Housman (2002) explicam que quando a criança adiciona números ocorrem dois fenômenos: o primeiro é o comportamento de "contar tudo" em oposição a contar para a frente. Como é difícil para elas pensar simultaneamente em dois totais (por exemplo, 3 + 5) e em um total de ordem superior, elas "homogeneízam" o 3 e o 5, transformando-os em 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1. O segundo fenômeno é "contar para a frente": as crianças somam 3 e 5, contando a partir de 3. "Quando elas superarem a necessidade de contar tudo, elas começarão a contar para frente independentemente da pressão externa. […]

Elas constroem a lógica da adição, através da abstração construtiva" (KAMII; HOUSMAN, 2002, p. 85).

Os alunos tiveram dificuldades no início do jogo, mas ao longo das rodadas foram superando e entendendo as dúvidas, evoluindo no cálculo mental e se sentindo mais confiantes. O clima afetivo do grupo favoreceu o entrosamento dos estudantes. Além disso, o jogo despertou o interesse dos alunos e os estimulou a participar com autonomia e espontaneidade, refletindo sobre as operações aritméticas ali propostas. JP já estava sentindo-se mais à vontade, arriscava e, quando errava, retomava o raciocínio utilizando recursos como os dedos e os palitos. Os estudantes perceberam que podiam errar e acertar, pensar e agir por si mesmos, experimentar, arriscar-se a errar e corrigir. Para isso, foi necessário trabalhar a qualidade das interações entre os colegas e com a pesquisadora, incentivando o respeito mútuo, de modo que as crianças se sentissem seguras e pudessem expor suas ideias, realizar ações e fazer tentativas. Para Kamii e Joseph (2008), o erro corrigido pelo próprio estudante tem mais valor que o acerto imediato. Ao autocorrigir-se, a criança desenvolve autonomia.

A intervenção pedagógica mostrou-se eficaz quanto à compreensão das noções de adição e multiplicação. Os resultados indicaram que os estudantes foram capazes de descrever procedimentos com base na adição e na multiplicação. "Ensinar técnicas não contribui para a real compreensão […] e pode até prejudicar a compreensão ou ainda impedir que eles construam procedimentos mais elaborados. […] É importante que o professor estimule os estudantes a empregar seus próprios procedimentos" (BESSA; COSTA, 2019, p. 19).

É possível que a intervenção pedagógica realizada nesta investigação com ênfase em jogos e desafios, num ambiente de interação social e cooperação, tenha sido eficaz na construção da operação de multiplicação aritmética pelos

ISSN: 1984-1655

estudantes que não a dominavam, os quais apresentaram expressivos progressos nas operações aritméticas.

Considerações finais

Na análise qualitativa dos dados, verificaram-se mudanças expressivas em sete dos oito estudantes que participaram da intervenção pedagógica quanto à melhor compreensão da multiplicação. Esse resultado, mesmo com uma amostra pequena, permitiu comprovar a eficácia de um ambiente com desafios, jogos e situações-problema livre de tensões e coações, com ênfase na interação social dos participantes. É possível que a evolução verificada nas condutas de multiplicação se deva à ação dos estudantes sobre os objetos (jogos e desafios) e à interação entre os pares, e entre estes e a pesquisadora, uma vez que a aprendizagem e a evolução das condutas não é resultado do jogo em si, mas do que é desencadeado pelas intervenções e pelos desafios propostos aos alunos. Ao longo das intervenções, observou-se que as crianças utilizavam procedimentos baseados em tentativa e erro, recorrendo a dedos, palitos e marcas de contagem para chegar ao resultado; porém, à medida que jogavam, começaram a realizar antecipações. O progresso não se restringiu ao jogo, evoluiu para a ação de jogar. Ao explicar suas ações e/ou representações, os alunos tomavam consciência de seus erros, desencadeando a busca de novos procedimentos com o objetivo de melhorar sua performance.

Além de proporcionar aos alunos novas descobertas, novas experiências e muita diversão, os jogos e os desafios permitiram a aproximação de uma matemática talvez pouco vista por eles, ou seja, a matemática que não exige "memorização", mas sim raciocínio, calma e concentração, com a certeza de que o próprio estudante constrói o conhecimento no seu ritmo de aprendizagem. Os jogos, os desafios e as situações-problema propostos ao longo da intervenção pedagógica priorizaram uma situação interessante e desafiadora para as crianças, criando um espaço para que elas se autoavaliassem e tivessem condições de jogar ativamente do início ao fim da atividade. É possível que um ambiente solicitador livre de tensões e coações, com ênfase na interação social, e a utilização de jogos e desafios tenham atendido algumas necessidades cognitivas e afetivas dos estudantes e contribuído para a compreensão da multiplicação.

Os resultados verificados permitem algumas reflexões: será que uma intervenção mais prolongada levaria à construção formal do algoritmo da divisão? Algum dos estudantes da amostra teria chegado à conduta IIIB? Como introduzir um ambiente solicitador como o proposto na intervenção num contexto de sala de aula com 35 estudantes? Essa intervenção poderia ser estendida a outras realidades, por exemplo, com crianças que apresentam dificuldades de aprendizagem? Essas são questões não respondidas neste estudo, mas poderão servir de referência para outros trabalhos.

Referências

BESSA, S.; COSTA, V. Apropriação do conceito de divisão por meio de intervenção pedagógica com metodologias ativas. **Bolema,** Rio Claro (SP), v. 33, n. 63, p. 155-176, abr. 2019.

BESSA, S.; COSTA, V. Jogo Sempre 12: opção à compreensão das operações aritméticas. **Schème,** Marília-SP, v. 8, n. 1, jan.-jul. 2016.

BESSA, S.; COSTA, V. Operação de multiplicação: possibilidades de intervenção com jogos. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 98, n. 248, p. 130-147, jan./abr. 2017.

CAMPELL, D.; STANLEY, J. **Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa**. São Paulo: Edusp, 1979.

KAMII, C.; Divisão de números com mais de um algarismo: 3º ao 5º ano do ensino fundamental. Tradução: Marta Rabióglio. In MOLINARI, A. C. et al. (org.). **Aprender matemática e conquistar autonomia**. São Paulo: Book, 2014. p.102-124.

KAMII, C. Frações: incentivando estudantes de quinto e sexto anos a inventar multiplicações. Tradução: Marta Rabióglio. In: MOLINARI, A. C. et al. (org.). **Novos caminhos para ensinar e aprender matemática**. São Paulo: Book, 2015. p. 81-92.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética**. São Paulo: Papirus, 1992.

KAMII, C.; HOUSMAN, L. B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética**. Tradução: Cristina Monteiro. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. 2. ed. Tradução: Vinicius Figueira. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MACEDO, L. **Jogos, psicologia e educação**. Sao Paulo: Casa do Psicólogo, 2009.

MACEDO, L.; PETTY, A. L.; PASSOS, N. C. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MANTOVANI DE ASSIS, O. Z. Conhecimento fisico, conhecimento l ógico-matemático e conhecimento social. *In:* ______ (org.). **Proepre:** fundamentos teóricos da educação infantil. São Paulo: Book, 2013. p. 78-104.

MIZUKAMI, M. N. **Ensino:** abordagens do processo. São Paulo: Universitária, 1986.

MORO, M. L. F. Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 17, n. 2, 2004. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/prc/v17n2/22477.pdf. Acesso em: 27 jan. 2020.

NOGUEIRA. C. M. I. **Classificação, seriação e contagem no ensino do número***:* um estudo de epistemologia genética. Marília (SP): Oficina Universitária Unesp, 2007.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA S.; BRYANT, P. **Educação matemática***:* os números e as operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática***:* reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: ArtMed, 1996.

ISSN: 1984-1655

Schème
Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas

PIAGET, J. **Biologia e conhecimento**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2003.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Tradução: Christiano Monteiro Oiticica. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

SANTOS, J. C. F. **Aprendizagem significativa**: modalidades de aprendizagem e o papel do professor. 2. ed. Porto Alegre: Mediação, 2009.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, n. 5, p. 76-90, 1986.

VERGNAUD,G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad***:* problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.

ZAIA, L. L. **A solicitação do meio e a construção das estruturas operatórias em crianças com dificuldades de aprendizagem**. 1996. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

ZUNINO, D. L. **A matemática na escola***:* aqui e agora. Porto Alegre: Artmed, 1996.

Recebido em:2/01/2021
Aprovado em: 29/04/2021