"MUITOS": FORMALIZANDO UM CONCEITO IMPRECISO

Maria Claudia Cabrini Grácio
Faculdade de Filosofia e Ciências
Universidade Estadual Paulista
cabrini@marilia.unesp.br

Hércules de Araújo Feitosa
Faculdade de Ciências
Universidade Estadual Paulista
haf@fc.unesp.br

Mauri Cunha do Nascimento
Faculdade de Ciências
Universidade Estadual Paulista
mauri@fc.unesp.br

ABSTRACT: This work presents general notions involving quantifiers and shows a separation between logical quantifiers and non logical quantifiers. As a non logical quantifier, "many" is introduced in a formal approach which generates a new logical system: the Logic of Many. Finally we show some limits of the model proposed to interpret "many" in a formal context and discusses the subject.

KEY-WORDS: Non logical quantifiers, modulated logic, logic of many.

1. INTRODUÇÃO

A Lógica tradicionalmente trata dos quantificadores universal "$\forall$" e existencial "$\exists$". Não vamos destacar o quanto são importantes estes quantificadores para o contexto lógico, mas lembrar que temos outros quantificadores que podem ser definidos a partir destes. Aliás, ao considerarmos apenas um dentre $\forall$ e $\exists$ já é suficiente, pois o outro quantificador pode ser definido. Por exemplo, se consideramos como um quantificador primitivo o $\forall$, então podemos definir:

$$\exists x\, \varphi(x) =_{df} \neg \forall x\, \neg\varphi(x).$$

Outros quantificadores podem ser definidos a partir destes, como o "nenhum":

$$\text{Nenhum } x\, \varphi(x) =_{df} \forall x\, \neg\varphi(x);$$

"existe um único":

$$\exists! x\, \varphi(x) =_{df} \exists x\, \varphi(x) \wedge \forall y(\varphi(y) \rightarrow y = x);$$

e muitos outros.

Contudo, existem quantificadores que não podem ser definidos naturalmente a partir destes quantificadores lógicos. Por exemplo, quantificadores como muitos (poucos), quase todos (quase nenhum), uma boa parte (uma pequena parte). Chamaremos, então, estes novos quantificadores de *quantificadores não lógicos*.

Temos destinado parte dos nossos trabalhos de investigação a entender um pouco mais sobre estes quantificadores não lógicos. Destacamos alguns deles e procuramos um significado intuitivo que lhes seria natural e, então, buscamos uma estrutura matemática que seja capaz de resgatar no contexto matemático esta concepção intuitiva. Finalmente, dispor de meios para que estes quantificadores possam interagir com outros conceitos lógicos como a negação, a conjuntos, a disjunção, a condicional e os quantificadores lógicos de modo sensato.

Certamente não é tarefa fácil e podemos discutir se é possível, mas alguns avanços já estão na literatura sobre o assunto e reconhecemos ser um desafio recompensador.

Neste trabalho daremos atenção central ao conceito de "muito" o qual já foi investigado no contexto acima mencionado por Grácio (1999), que apresentou uma Lógica do Muito. Mostraremos o que foi indicado pela Lógica do Muito e, a seguir, mostraremos algumas dificuldades gerais que podem ser encontradas em outros contextos interpretativos. Repousa aí uma difícil vinculação entre a linguagem natural e o contexto formal proposto para dar conta da concepção intuitiva.

2. ASPECTOS DA LINGUAGEM NATURAL NA FORMALIZAÇÃO LÓGICA

Nos estudos sobre teorias das linguagens naturais, a questão sobre quantificação tem tomado um papel central. Segundo Bach *et alii* (1995, p. 1):

> toda linguagem natural fornece algum meio de fazer declarações gerais. [...] investigações sobre a estrutura e significado de expressões quantificacionais têm proporcionado uma grande quantidade de evidências para teorias gerais sobre a sintaxe e a semântica da linguagem natural.

Tratando da relação entre quantificadores lógicos e linguagem natural, Montague (1974) apresentou uma teoria que unifica ou identifica expressões substantivas do inglês, como "todos os peixes", "José", "ele", à noção de quantificadores generalizados. Barwise e Cooper (1981), seguindo Montague, tratam da identificação entre essa categoria sintática, as expressões substantivas, da linguagem natural e os quantificadores generalizados da lógica, contribuindo para uma reaproximação entre lógica e linguagem natural.

Barwise e Cooper (1981) argumentaram que os quantificadores da lógica de primeira ordem são insuficientes para tratar das sentenças quantificadas da linguagem natural em pelo menos dois aspectos:

- semântico: nas linguagens naturais, existem sentenças quantificadas que não podem ser expressas através dos quantificadores $\exists$ e $\forall$, como é o caso, por exemplo, de "muitos pássaros" e "poucas mulheres";
- sintático: a estrutura sintática das sentenças quantificadas nas linguagens naturais é muito diferente da estrutura sintática das sentenças quantificadas na lógica de primeira ordem.

Sugerem, assim, que uma teoria semântica para a linguagem natural precisa incorporar quantificadores generalizados que expressem noções tais como: muitos, poucos, quase todos, quase nenhum, maioria, minoria, entre outras, uma vez que as sentenças quantificadas na linguagem natural não se limitam aos usuais quantificadores universal e existencial.

A idéia central de Barwise e Cooper é que a estrutura de um quantificador corresponde precisamente à estrutura das Expressões Substantivas (ES) da linguagem natural. Os autores afirmam que as "expressões substantivas atuam semanticamente como os quantificadores generalizados dos lógicos" (Barwise, Cooper, 1981, p. 166).

Formalmente, os quantificadores são usados "para denotar a família de conjuntos para a qual eles produzem o valor "verdadeiro". A verdade de uma sentença $(Qy)[\varphi(y)]$

é então determinada quando, ou não, o conjunto ŷ[φ(y)] é um membro da denotação do quantificador” (Barwise, Cooper, 1981, p. 164).

Assim, por exemplo, as sentenças “muitas pessoas gostam de chocolate” e “todas as crianças gostam de chocolate” serão verdadeiras exatamente nos casos em que o conjunto dos indivíduos que gostam de chocolate, representado por ŷ[chocolate(y)], contiver muitas pessoas ou todas as crianças, respectivamente.

Com base nesta proposta, sugerem dez *universais da linguagem natural*. Esses universais são entendidos como “fatos que se conservam para todas as linguagens humanas naturais e que as distinguem de outras linguagens logicamente possíveis” (Barwise, Cooper, 1981, p. 176). Os autores defendem que o estabelecimento de universais da linguagem natural não só permite que estabeleçamos fatos que podem ser verdadeiros para todas as linguagens naturais, mas que “também servem para distinguir linguagens naturais de algumas outras linguagens - como a formulação padrão do cálculo de predicados de primeira ordem” (Barwise, Cooper, 1981, p. 177).

Barwise e Cooper (1981) diferenciam os quantificadores entre lógicos, definíveis em termos dos usuais quantificadores universal e existencial, e não-lógicos, entre esses o quantificador “muitos”.

Há na literatura demonstrações de que alguns quantificadores generalizados não podem ser obtidos a partir de ‘para todo’ e ‘existe algum’, como pode ser visto no Apêndice C de (Barwise, Cooper, 1981). Embora não encontramos uma demonstração de que também ‘muitos’ não é um quantificador lógico, existem boas argüições nesta direção, com as quais concordamos.

Os quantificadores não-lógicos rompem com a noção equivocada de “que o significado de um quantificador deve ser construído dentro da lógica e que ele não pode, então, variar de um modelo para outro” (Barwise, Cooper, 1981, p. 162). Exemplificando, afirmam que a diferença entre “todos os homens” e “muitos homens” é que a interpretação de “muitos” e “homem” depende do modelo, enquanto que a interpretação de “todos” é a mesma para todos os modelos.

A noção de “muitos” está associada à noção de *conjunto grande de evidências*, desvinculada da noção de cardinalidade, ou de maior parte, mas atende a algum parâmetro de grandeza/quantidade. Desse modo, por exemplo, ao afirmarmos que “muitos brasileiros usam saia”, temos associado à proposição um conjunto considerado grande de evidências, isto é, de pessoas que usam saia, mas também parece intuitivo afirmar que “muitos brasileiros não usam saia”. Por outro lado, quando afirmamos que “muitas pessoas gostam de vinho”, temos associado a essa proposição um outro conjunto de pessoas, também considerado grande, que gostam de vinho. Entretanto, não necessariamente os dois conjuntos de evidências (pessoas que gostam de vinho e que usam saia) são do mesmo tamanho. Além disso, não necessariamente as evidências observadas a favor dessas proposições representam mais da metade dos indivíduos do universo, uma vez que, de modo geral, dificilmente conhecemos todo o universo de referência. Podemos, ainda, declarar outras proposições que expressem um comportamento comum em outro tipo de indivíduo em nosso mesmo sistema, por exemplo, “muitos pássaros voam”. Esta proposição está associada a um conjunto de indivíduos considerado grande; entretanto, de natureza e universo de referência distintos dos exemplos acima, mas também baseada na noção de conjunto grande.

Assim, o significado do quantificador “muitos” varia de um modelo para outro e a noção de verdadeiro, e falso, associada a esse quantificador não-lógico, como para outros quantificadores não-lógicos, não depende anteriormente da lógica, mas sim de qual medida subjacente estamos usando e que “deve ser incluída como parte do modelo antes que as sentenças tenham qualquer valor de verdade estabelecido” (Barwise, Cooper, 1981, p. 163).

Como poderemos observar na próxima seção, consideramos que as lógicas moduladas, ao tratarem da formalização de quantificadores generalizados como “maioria”, “quase todos”, “muitos” e “uma boa parte”, podem contribuir para novos olhares sobre a natureza dos quantificadores. Esta via de investigação apresenta-se como uma possibilidade original e matematizada para a análise de questões lingüísticas relacionadas aos quantificadores não-lógicos, como é o caso do quantificador “muitos”, sem deixar de considerar inúmeras dificuldades inerentes à inter-relação entre as linguagens naturais e os modelos matemáticos.

3. UMA PROPOSTA DE FORMALIZAÇÃO PARA “MUITOS”

Grácio (1999) estudou o conceito de “muito” a partir de uma visão de lógica estendida por quantificadores, como uma lógica particular. A seguir, mostramos um pouco deste contexto.

A família dos sistemas de *lógicas moduladas* é caracterizada pela inclusão, na linguagem da lógica de primeira ordem, de um quantificador generalizado Q, chamado de *quantificador modulado*, o qual deve ser interpretado semanticamente por um subconjunto **Q** do conjunto das partes do universo. Intuitivamente, este subconjunto **Q** representa um conjunto arbitrário de proposições sustentadas por evidências, dentro de uma base de conhecimento. A seguir apresentamos a formalização das lógicas moduladas, denotadas por L(Q).

3.1 SOBRE AS LÓGICAS MODULADAS - L(Q)

Seja L a linguagem de primeira ordem de tipo τ, com símbolos para predicados, funções e constantes, que seja fechada para os operadores $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ e, também, para os quantificadores $\exists$ e $\forall$.

A extensão da lógica de primeira ordem $\mathcal{L}$, obtida pela inclusão de um quantificador generalizado Q, denominado *quantificador modulado*, é denotada por $\mathcal{L}(Q)$.

As fórmulas (e sentenças) de $\mathcal{L}(Q)$ são aquelas de $\mathcal{L}$ acrescidas das fórmulas geradas pela cláusula seguinte:

- se φ é uma fórmula em $\mathcal{L}(Q)$ e x ocorre em φ, então $(Qx)\varphi$ é uma fórmula de $\mathcal{L}(Q)$.

Os conceitos de variável livre e variável ligada, numa fórmula, são estendidos ao quantificador Q, isto é, se x é livre em φ, então x ocorre ligada em $(Qx)\varphi$.

Denotamos por $\varphi(t/x)$ o resultado da substituição de todas as ocorrências livres em φ da variável x pelo termo t. Por simplicidade, quando não houver confusão, escrevemos apenas $\varphi(t)$ em vez de $\varphi(t/x)$.

A semântica associada às fórmulas das lógicas moduladas é definida como segue.

Seja $\mathcal{A}$ uma estrutura clássica de primeira ordem, com domínio A, e **Q** um conjunto de subconjuntos de A, tal que $\varnothing \notin \mathbf{Q}$, isto é, $\mathbf{Q} \subseteq \mathcal{P}(A) - \{\varnothing\}$. A *estrutura modu-*

lada para $\mathcal{L}$(Q), indicada por $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}}$, é determinada pelo par ($\mathcal{A}$, **Q**).

A *interpretação* dos símbolos relacionais, funcionais e constantes individuais de $\mathcal{L}$(Q) é a mesma de $\mathcal{L}$ em $\mathcal{A}$.

A *satisfação* de uma fórmula de $\mathcal{L}$(Q) numa estrutura $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}}$ é definida recursivamente, do modo usual, acrescentando-se a cláusula seguinte:

- seja φ uma fórmula cujo conjunto de variáveis livres esteja contido em $\{x\}\cup\{y_1, ..., y_n\}$ e consideremos uma seqüência $\bar{a} = (a_1, ..., a_n)$ em A. Então

$$\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash (Q\,x)\varphi[x, \bar{a}] \Leftrightarrow \{b \in A \,/\, \mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash \varphi[b, \bar{a}]\ \} \in \mathbf{Q}.$$

Neste caso, $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash \psi[\bar{e}]$ denota que $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash_s \psi$, quando as variáveis livres da fórmula ψ ocorrem no conjunto $\{z_1, ..., z_n\}$, $s(z_i) = e_i$, e $\bar{e} = (e_1, ..., e_n)$.

Desde que $A \neq \emptyset$, então $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash (Qx)\varphi[\bar{a}] \Leftrightarrow \mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash \varphi[\bar{a}]$ e x não ocorre livre em φ. Em particular, para uma sentença $(Qx)\sigma(x)$, temos $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash (Qx)\sigma(x)$ see $\{a \in A \,/\, \mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \vDash \sigma(a)\} \in \mathbf{Q}$.

Conforme já mencionamos, ao identificar **Q** com estruturas matemáticas, Grácio (1999) investigou proposições do tipo "maioria", "muitos" e "para uma "boa" parte". A lógica dos ultrafiltros, introduzida em Sette, Carnielli e Veloso (1999) e Carnielli e Veloso (1997), formaliza proposições do tipo "quase todos" ou "geralmente", e também deve ser considerada uma particularização das lógicas moduladas.

Observamos que as noções de verdadeiro e falso, associadas aos quantificadores modulados, não depende da lógica subjacente, mas de qual medida (quantificação) estamos usando e que "[...] deve ser incluída como parte do modelo antes que as sentenças tenham qualquer valor de verdade estabelecido" (Barwise, Cooper, 1981, p. 163).

As noções semânticas usuais, tais como modelo, validade, conseqüência lógica, e outras, podem ser apropriadamente adaptadas.

Os axiomas de $\mathcal{L}$(Q) são aqueles de $\mathcal{L}$ com os axiomas da identidade acrescidos dos seguintes axiomas para o quantificador Q:

(Ax_1) $(\forall x)\varphi(x) \rightarrow (Qx)\varphi(x)$

(Ax_2) $(Qx)\varphi(x) \rightarrow (\exists x)\varphi(x)$

(Ax_3) $(\forall x)(\varphi(x) \leftrightarrow \psi(x)) \rightarrow ((Qx)\varphi(x) \leftrightarrow (Qx)\psi(x))$

(Ax_4) $(Qx)\varphi(x) \leftrightarrow (Qy)\varphi(y)$.

Este conjunto de axiomas caracteriza uma lógica modulada em geral, mas para a caracterização de particulares noções de quantificadores deve ser acrescido de axiomas específicos, como faremos, a seguir, para a *lógica do muito*.

Dada uma interpretação com universo A e as fórmulas φ, ψ, com exatamente uma variável livre x, então indicamos os conjuntos $[\varphi] = \{a \in A \,/\, \varphi[a]\}$ e $[\psi] = \{a \in A \,/\, \psi[a]\}$.

Assim, a intuição destes axiomas é a seguinte: o axioma (Ax_1) afirma que se todos os indivíduos satisfazem φ, então Q indivíduos de A satisfazem φ, ou ainda que $A \in \mathbf{Q}$. O axioma (Ax_2) afirma que $\emptyset \notin \mathbf{Q}$. O axioma ($Ax_3$) afirma que se $[\varphi]$ e $[\psi]$ são idênticos, então um deles pertence à **Q** se, e somente se, o outro também pertence a **Q**. O (Ax_4) apenas dá conta da substitutibilidade para varáveis livres.

As regras lógicas das lógicas moduladas são as regras usuais de L: *Modus Ponens* (MP) e Generalização (Gen).

As noções sintáticas usuais como sentença, demonstração, teorema, conseqüência lógica, consistência, entre outras, para $\mathcal{L}$(Q), são definidas de modo análogo às definidas para a lógica clássica.

Propriedades e teoremas referentes ao sistema axiomático (consistência, dedução, etc.) das lógicas moduladas, assim como o teorema da correção, da completude, um resultado análogo ao teorema de Łos para ultraprodutos de modelos modulados e um contra-exemplo para o problema da interpolação em $\mathcal{L}$(Q) podem ser encontrados em (Grácio,1999).

Apresentamos, a seguir, uma particularização de $\mathcal{L}$(Q) para a formalização da noção de "muito", em que uma particular estrutura matemática é sugerida para resgatar uma concepção de muito como no uso corrente das linguagens naturais.

3.2 UMA LÓGICA DO MUITO

Nesta seção, consideramos um caso particular das lógicas moduladas destinado a formalizar proposições do tipo "muitos". Consideramos que algumas propriedades da noção de "muitos" são facilmente identificadas:

(i) se muitos indivíduos do universo satisfazem uma sentença φ e $[\varphi]$ está contida em $[\psi]$, então ψ também é satisfeita por muitos indivíduos do universo;

(ii) se muitos indivíduos do universo satisfazem uma sentença φ, então existe alguém que satisfaz φ;

(iii) o conjunto universo contém muitos indivíduos.

Com esta concepção, o conceito de "muitos" pode ter variações contextuais e não exige algum tipo de quantificação. Não exige, por exemplo, que valha para mais da metade dos indivíduos do universo de discurso, ou para uma certa parte deles, claramente especificada.

Esta noção de "muitos" pode ser capturada pelo conceito matemático de *família própria fechada superiormente*, definida, em um universo A, como uma coleção F_s de subconjuntos do universo A tal que:

(i) se $B \in F_s$ e $B \subseteq C$, então $C \in F_s$

(ii) $A \in F_s$

(iii) $\varnothing \notin F_s$.

Sintaticamente, definimos um quantificador modulado M, denominado *quantificador do muito*, na linguagem das lógicas moduladas, dado por "Mx φ(x)", com o seguinte significado "para muitos x, φ(x)".

A linguagem de $\mathcal{L}$(M) é obtida ao identificarmos em $\mathcal{L}$(Q) o quantificador "Q" com *quantificador do muito* "M". A interpretação semântica das fórmulas de $\mathcal{L}$(M) é obtida a partir das estruturas moduladas, quando o conjunto **Q** é identificado com uma família própria fechada superiormente.

Formalmente, uma estrutura modulada para $\mathcal{L}$(M), dominada *estrutura de família própria fechada superiormente,* é determinada pela construção em $\mathcal{A}$, a estrutura de primeira ordem, de uma família própria fechada superiormente $F_s{}^{\mathcal{A}}$, indicada por:

$$\mathcal{A}^F = (A, F_s{}^{\mathcal{A}}).$$

A noção de satisfação de uma fórmula do tipo Mxφ(x), cujas variáveis livres estejam contidas em $\{y_1, ..., y_n\}$, por uma seqüência $\bar{a} = (a_1, ..., a_n)$ em $\mathcal{A}$ é definida por:

$$\mathcal{A}^F \vDash \mathrm{Mx}\ \varphi[x, \bar{a}] \Leftrightarrow [\varphi] = \{b \in A \,/\, \mathcal{A}^F \vDash \varphi[b, \bar{a}]\ \} \in F_s{}^{\mathcal{A}},$$

em que $F_s{}^A$ é uma família própria fechada superiormente sobre A.

Em termos intuitivos, Mx φ(x) é verdadeira, isto é, $[\varphi]$ é membro de $F_s{}^{\mathcal{A}}$ se, e somente se, muitos indivíduos de $\mathcal{A}$ satisfazem φ (em outras palavras, se $[\varphi]$ contém muitos indivíduos). Assim, em geral, $F_s^{\mathcal{A}}$ é uma coleção de conjuntos que contêm muitos elementos.

Sintaticamente, os axiomas para $\mathcal{L}$(M) são aqueles de $\mathcal{L}$(Q), acrescidos pelo seguinte axioma específico para o quantificador M:

(Ax_5) $\forall x(\varphi(x) \to \psi(x)) \to (Mx\varphi(x) \to Mx\psi(x))$.

Intuitivamente, dadas as fórmulas φ, ψ, com exatamente uma variável livre x, e uma interpretação com universo A, em que os conjuntos $[\varphi] = \{a \in A / \varphi[a]\}$ e $[\psi] = \{a \in A / \psi[a]\}$, o axioma ($Ax_5$) afirma que: se $[\varphi]$ contém muitos indivíduos e $[\varphi]$ é um subconjunto de $[\psi]$, então $[\psi]$ também contém muitos indivíduos.

Os exemplos seguintes ilustram sentenças que podem ser naturalmente formalizadas em $\mathcal{L}$(M).

Sejam P(x), I(x) e G(x, y) símbolos relacionais em $\mathcal{L}$(M) que expressam "x é par", "x é ímpar" e "x é maior que y", respectivamente, e consideremos como universo o conjunto dos números naturais. Assim, podemos representar as proposições:

(a) "muitos números naturais são pares" por: Mx P(x);

(b) "muitos números naturais são ímpares" por: Mx I(x);

(c) "para cada número natural, muitos números naturais são maiores que ele" por: $\forall y$Mx G(x, y).

Se V(x) e G(x) símbolos de predicados de $\mathcal{L}$(M) que expressam "x usa vestido" e "x usa gravata", respectivamente. Considerando o universo dos brasileiros, podemos representar as proposições:

(d) "muitas brasileiras usam vestidos" por: Mx V(x);

(e) "muitos brasileiros usam gravata" por: Mx G(x).

Em Grácio (1999), estão mais detalhes sobre as propriedades da *lógica do muito*, bem como uma demonstração que ela é correta e completa com respeito às estruturas de famílias próprias fechadas superiormente.

Passamos, a seguir, a discutir aspectos da interação entre a concepção de "muitos" e a famílias próprias fechadas superiormente, estrutura matemática sugerida para a interpretação de "muitos".

4. LIMITAÇÕES DESTA PROPOSTA

Seja ***Fs*** uma família própria fechada superiormente, "fpfs", em A. Uma estrutura modulada para $\mathcal{L}$(M), dominada *estrutura de família própria fechada superiormente,* é um par:

$$\mathcal{A}^F = (\mathcal{A}, \boldsymbol{Fs}).$$

Como um caso particular, seja A = {x, y}. Então $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, A\}$ e $\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}$ é uma fpfs, pois valem:

- (i) se $B \in \boldsymbol{Fs}$ e $B \subseteq C$, então $C \in \boldsymbol{Fs}$
- (ii) $A \in \boldsymbol{Fs}$
- (iii) $\emptyset \notin \boldsymbol{Fs}$.

Agora, seja $A = \{a_1, a_2, ..., a_{100}\}$. Do mesmo modo $\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}$ é uma fpfs e $\{a_1\}, ..., \{a_{100}\} \in \mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}$.

Logo, $\{a_1\}, ..., \{a_{100}\}$ são conjuntos com muitos elementos, o que claramente contradiz nossa intuição de muitos. Ao considerarmos um universo com mais que 10 elementos, não parece nada razoável supor que um conjunto unitário tenha "muitos" elementos deste universo.

Isto nos mostra que a estrutura matemática proposta para interpretar "muitos", a fpfs, traz condições necessárias para interpretar "muitos", mas não suficientes.

Parece faltar algo que diga quando podemos considerar, para um dado universo de discurso, que já podemos contar com "muitos" indivíduos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora na linguagem natural a expressão "muitos" pareça surgir com muito mais freqüência que a expressão "todos", a construção de contexto preciso, claro e operacional que exprima "muitos" não tem tido um sucesso definitivo. Embora tenhamos logrado algum sucesso ao exprimirmos alguns aspectos de "muitos", não capturamos integralmente esse conceito, afinal a noção de "muitos" é um tanto relativa. Quando manifestamos, por exemplo, que muitos estiveram no estádio assistindo à partida final do campeonato de futebol, estamos nos referindo a uma pequena minoria, mas temos uma concepção do que seja esta minoria e também que não se trata de cinco ou seis pessoas.

A lógica do muito deve ser vista como ambiente para um tipo de raciocínio aproximado, em que o conceito vago "muito" tem algumas características tratadas por meio de recursos matemáticos e precisos, mas que ainda reivindica maior precisão, para dizer o que é "muitos", mesmo independente de qual modelo esteja em consideração ou de qualquer recurso explícito de contagem.

O raciocínio aproximado tem estado no centro de discussões recentes, como o contexto da "lógica *fuzzy*" e as lógicas moduladas, no caso particular da lógica do muito, traz alguns novos ingredientes os quais podem ser investigados também a partir de olhares sobre o raciocínio indutivo ou a indução, o que trataremos em trabalhos posteriores.

AGRADECIMENTOS:

Agradecemos a Fapesp pelo apoio à pesquisa que nos tem sido destinado através dos processos 2005/00408-3 e 2004/14107-2.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BACH, E.; JELINEK, E.; KRATZER, A.; PARTEE, B. H. Introduction. IN: BACH, E.; JELINEK, E.; KRATZER, A.; PARTEE, B. H. (Ed.) **Quantification in natural languages**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Netherlands, p. 1-11, 1995.

BARWISE, J.; COOPER, R. Generalized quantifiers and natural language. **Linguistics and Philosophy**, v. 4, p. 159-219, 1981.

CARNIELLI, W. A.; VELOSO, P. A. S. Ultrafilter logic and generic reasoning. In: **Computational Logic and Proof Theory, Lecture Notes in Computer Science** 1289, (Proceedings of the 5th Kurt Gödel Colloquium, editors G. Gottlob, A. Leitsch, M. Mundici), Springer-Verlag, p. 34-53, 1997.

GRÁCIO, M. C. C. **Lógicas moduladas e raciocínio sob incerteza**. Campinas, 1999.

193 p. Tese (Doutorado em Lógica e Filosofia da Ciência) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas.

MONTAGUE, R. Formal Philosophy. In: THOMASON, R. H. (Ed.) **Formal philosophy.** Selected Papers. New Haven: Yale University Press, 1974.

SETTE, A. M.; CARNIELLI, W. A.; VELOSO, P. An alternative view of default reasoning and its logic. In: HAUESLER, E. H.; PEREIRA, L. C. (Ed.) **Pratica: Proofs, types and categories**. Rio de Janeiro: PUC-RJ, Brazil. p. 127-158, 1999.

SGRO, J. Completeness theorems for topological models. **Annals of Mathematical Logic**, v. 11, p. 173-93, 1977.