

A QUESTÃO DA ANALITICIDADE EM KANT E FREGE

THE ANALYTICITY'S QUESTION IN KANT AND FREGE

Arthur Henrique Soares dos Santos¹

Resumo: Na *Crítica da razão pura* (1787), Kant expõe uma teoria da analiticidade que pode ser resumida nos seguintes pontos principais: a contenção dos termos, a identidade entre eles e o princípio de contradição. Com base nestes critérios, Kant pensa que a aritmética não usa juízos analíticos. Em oposição, Frege defende, nos *Fundamentos da aritmética* (1884), que a teoria kantiana de analiticidade é equivocada e que juízos analíticos, incluindo os aritméticos, são lógicos. Pretende-se, portanto, com o uso da literatura secundária em Hanna (2004), discutir as doutrinas de Kant e Frege acerca disso, sugerindo que a teoria de Kant não consegue se sustentar e que a teoria de Frege, embora problemática, possui um ponto promissor a partir da semântica de mundos possíveis de Plantinga (1974) e Kripke (2012).

Palavras-chave: Analiticidade. Aritmética. Kant. Frege.

Abstract: In *Critique of Pure Reason* (1787), Kant exposes an analyticity theory that can be summarized in the following main points: the term's contention; the identity between them, and the principle of contradiction. Based on these criteria, Kant thinks that arithmetic does not use analytic judgments. Against this, Frege defends, in the *Foundations of Arithmetic* (1884), that the Kantian theory of analyticity is mistaken and that analytic judgments, including arithmetic, are logical. Thus, it is wanted, with the use of the secondary literature in Hanna (2004), to discuss the doctrines of Kant and Frege about this, suggesting that Kant's theory cannot sustain itself and that Frege's theory, although problematic, has a promising point from the possible worlds semantics of Plantinga (1974) and Kripke (2012).

Keywords: Analyticity. Arithmetic. Kant. Frege.

1. Introdução²

A formulação da noção de analiticidade pode ser encontrada na *KrV*, na qual Kant faz a distinção entre juízos analíticos e sintéticos (*KrV*, B 10-11). A importância da doutrina kantiana da analiticidade para a tradição analítica é tanta que Hanna afirma que “a história da filosofia analítica de Frege a Quine é a história da ascensão e da queda do conceito de analiticidade, cujas origens e parâmetros se encontram na primeira *Crítica* de Kant” (2004, p. 180). Portanto, a partir da relação entre Kant e a filosofia analítica no

¹ Mestrando em Filosofia pela Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: santosarthursoares@gmail.com. ORCID: orcid.org/0000-0001-6460-9067.

² Neste artigo, será utilizada a abreviação alemã *KrV* para *Crítica da razão pura*, *Pr* para os *Prolegômenos a toda metafísica futura*, e *FA* para *Os Fundamentos da aritmética*.

tocante à ascensão e queda da analiticidade, é necessária uma investigação acerca do início de tal relação, que está justamente na filosofia de Frege, um dos fundadores da tradição analítica (Hanna, 2004, p. 23).

Sem dúvida, é notável a recepção que Frege faz do pensamento de Kant, no projeto de formular uma filosofia da aritmética distinta da pensada na *KrV*. Contudo, suas objeções à teoria kantiana da analiticidade, como a de que Kant fez uma determinação muito estreita de seu conceito (*FA*, § 88), são importantes aspectos da história da filosofia analítica e merecem também uma análise apropriada a partir da interpretação semântico-cognitiva da *KrV*, elaborada por Roberth Hanna em *Kant e os fundamentos da filosofia analítica* (2004), e da semântica de mundos possíveis, particularmente nas visões de Alvin Plantinga (1974) e Saul Kripke (2012).

Assim, este artigo visa fazer uma investigação crítica das visões de Kant e Frege acerca da teoria da analiticidade. Dessa forma, pretende-se demonstrar que a teoria kantiana da analiticidade é *prima facie* inconsistente, no sentido de que existem evidências suficientes para que ela seja considerada inconsistente, a menos que tais evidências sejam refutadas. Por outro lado, busca-se também tornar verossímil a ideia de que a doutrina fregeana, ainda que problemática por conta de seu logicismo, possui um ponto promissor no que diz respeito à tese de que as verdades aritméticas são analíticas; por conseguinte, é defendido neste artigo que a visão de que as verdades aritméticas são absolutamente necessárias parece ser mais plausível do que a visão de Hanna de que as verdades aritméticas são apenas restritamente necessárias.

2. Analiticidade em Kant

A doutrina da analiticidade é sempre tratada por Kant em relação com a ideia de sinteticidade. Afinal, este é um dos pares de distinção centrais para que Kant estabeleça o conceito de juízos sintéticos *a priori*, o qual faz parte do chamado “problema geral da razão pura”.³ A primeira vez que Kant introduz a distinção entre proposições analíticas e sintéticas na *KrV* é a seguinte:

A ocupação da razão consiste, em grande e talvez na maior parte, em *desmembramentos* de conceitos que já temos de objetos. Isso nos

³ O problema geral da razão pura é: “*como são possíveis os juízos sintéticos a priori?*” (*KrV*, B 19). Embora esta questão seja o foco de Kant na *KrV*, não é o foco deste artigo, o qual se propõe a investigar a doutrina da analiticidade.

propicia uma porção de conhecimentos que, embora não passem de esclarecimentos ou elucidações daquilo que já foi pensado (embora de modo confuso) em nossos conceitos, são pelo menos quanto à forma tidos na mesma conta que conhecimentos novos, não obstante não ampliarem, mas só analisarem os conceitos que possuímos quanto à sua matéria ou conteúdo. Ora, já que esse procedimento dá um efetivo conhecimento a priori que toma um incremento seguro e útil, sem dar-se conta a razão consegue sob esse pretexto fazer afirmações de espécie bem diversa acrescentando a conceitos dados outros completamente estranhos, e isso a priori, sem que se saiba como chegou a isso e sem deixar que uma semelhante pergunta sequer lhe aflore à mente. (*KrV*, B 9-10, *grifo do autor*).⁴

Dessa forma, ele afirma que uma parte dos trabalhos da razão consiste na decomposição de conceitos que já temos, de maneira meramente explicativa, enquanto outra parte acrescenta conceitos ao que já temos. Por conseguinte, “os primeiros podem chamar-se analíticos, e os segundos, sintéticos” (*Prol AA044*: 266)⁵. Portanto, o primeiro ponto a se ressaltar na concepção kantiana de juízos analíticos é que estes apenas explicam conceitos, mas não são informativos, o que é algo mais pressuposto por Kant do que provado de fato. Isso, por si só, exclui a aritmética do rol das ciências que utilizam juízos analíticos, pois tal ciência é informativa (Prado, 2009, p. 272). Contudo, é necessário aprofundar mais a teoria kantiana da analiticidade, notando-se três características, destacadas por Hanna (2004), dos juízos analíticos que propiciam apriorismo e necessidade absoluta aos juízos analíticos: a contenção dos termos, a identidade entre eles e a derivação da verdade unicamente pelo princípio de contradição.

Para falar da contenção dos termos, Kant afirma que, no juízo analítico, “o predicado B pertence ao sujeito A como algo contido (ocultamente) nesse conceito A” (*KrV*, B 10). Por esse motivo, não há dependência da experiência em uma proposição analítica, a qual é corretamente pensada como sempre *a priori* (*Prol AA04*: 267). Mas que contenção conceitual é essa da qual fala Kant? O filósofo fala do conceito sendo decomposto em algo que já é pensado nele de maneira essencial (*KrV*, B 9). O exemplo “todos os corpos são extensos” (*KrV*, B 11) deixa mais clara essa noção, afinal “o conceito de corpo torna necessária a representação da extensão” (*KrV*, A 106). Assim, em

⁴ Neste artigo, para as citações da *KrV*, é utilizada principalmente a tradução de Valério Rohden e Udo Baldur Moosburger, publicada pela editora Abril Cultural, sendo feito um cotejo com a tradução de Fernando Costa Mattos, publicada pela editora Vozes e pela editora Universitária São Francisco. Para as citações dos *Prolegômenos*, é utilizada a tradução de José Oscar de Almeida Marques, publicada pela editora Estação Liberdade.

⁵ Para uma explicação mais detalhada dos juízos analíticos e sintéticos em Kant, *cf.* Soares dos Santos (2020, p. 53-57).

proposições analíticas, o predicado é pensado como parte necessária do sujeito, compondo sua estrutura conceitual, pois parte essencial do conteúdo semântico de *corpo* é a *extensão*, havendo uma estrutura de significado necessária nas verdades analíticas.

No que diz respeito à identidade entre os termos nas proposições analíticas, Kant diz: “Juízos analíticos (os afirmativos) são, portanto, aqueles em que a conexão com o predicado for pensada por identidade” (*KrV*, B 10). Tal identidade conceitual não se refere apenas aos juízos nos quais a identidade dos conceitos é explícita na estrutura gramatical, mas também se aplica aos casos nos quais a identidade é implícita, sendo ela descoberta na decomposição do sujeito, podendo os conceitos serem convertíveis ou terem a mesma compreensão (HANNA, 2004, p. 209). Isso pode ser visto no já citado exemplo “todos os corpos são extensos” (*KrV*, B 11), pois o predicado da *extensão* é semanticamente idêntico a pelo menos uma parte estrutura conceitual de *corpo*.

Por fim, Kant diz que juízos analíticos são derivados unicamente do princípio de contradição: “todos os juízos analíticos se baseiam inteiramente no princípio de contradição” (*Prol AA04*: 267). Dessa forma, a maneira de formular proposições analíticas é ver que, se o predicado B está contido no sujeito A, então a negação de B necessariamente conduz a uma contradição; pode-se assim verificar a necessidade de que B está contido em A (*KrV*, B 12). Tal contradição não precisa ser explícita, o que fica claro no caso de um predicado que faz parte essencial da estrutura conceitual do sujeito; se tal predicado é negado, o sujeito também o é, sendo impossível manter a afirmação do sujeito juntamente com a negação do predicado. Usando a noção de que “todos os corpos são extensos” (*KrV*, B 11), vemos que, se for negado o predicado da *extensão*, haverá uma contradição com o conteúdo de *corpo*, que é correspondente à ideia de *extensão*. Logo, como isso não é possível, é necessário que todos os corpos sejam extensos.

A partir do que foi dito até agora, pode-se traduzir tal noção para a semântica de mundos possíveis dizendo, de acordo com Hanna, que “proposições analíticas são *a priori* no sentido de serem absolutamente necessárias – ou seja, verdadeiras em todos os mundos lógicos e conceitualmente possíveis” (Hanna, 2004, p. 368)⁶. Isso é justificado ao se pensar que, como contradições são impossíveis, não há nenhum mundo no qual uma verdade analítica seja falsa ou não tenha valor de verdade. Dessa maneira, a proposição “há um solteiro casado” é absolutamente falsa enquanto “todos os corpos são extensos” é necessariamente verdadeira em todos os mundos possíveis. Isso se distingue da

⁶ Uma noção semelhante pode ser encontrada na afirmação de Plantinga de que “Uma proposição, é claro, é necessariamente verdadeira se é verdadeira em todo mundo possível” (1974, p. 55, *tradução própria*).

necessidade dos juízos sintéticos *a priori*, afinal, como as verdades sintéticas, incluindo as *a priori*, não podem ser pensadas unicamente pelo princípio de contradição (*KrV*, B 193-194), suas negações são lógicas e conceitualmente possíveis. Por isso, a necessidade de tais proposições, as quais são encontradas na física, na matemática e na metafísica⁷, deve ser restringida apenas a uma classe de mundos possíveis: a dos mundos humanamente experienciáveis, pois Kant acredita que só existe validade objetiva em tais tipos de juízos quando a representação do objeto está relacionada à experiência real ou possível (*KrV*, B 194-195).⁸ Dessa forma, “uma proposição é sintética *a priori* se e somente se é verdadeira unicamente em todos os mundos humanamente experienciáveis” (HANNA, 2004, p. 354). Uma consequência relevante desta tese de Hanna é que, como a definição de Kant da analiticidade exclui a aritmética, as verdades aritméticas não são absolutamente necessárias na abordagem kantiana de Hanna, havendo algum grau de contingência nelas; afinal, como são proposições sintéticas *a priori* em Kant, elas se restringem apenas à experiência real ou possível (*KrV*, B 73).

Entretanto, existem juízos analíticos que não se encaixam na definição kantiana da analiticidade. Pode-se ver isso no exemplo *Triangulares são trilaterais*⁹, cujos conceitos, segundo Hanna, possuem estruturas conceituais distintas, não se encaixando na condição da contenção conceitual (2004, p. 205). Pode-se argumentar, contudo, que *triangulares* e *trilaterais* têm a mesma compreensão¹⁰; assim, como todo objeto que se encaixa no primeiro conceito se encaixa também no segundo, há uma espécie de compreensão conceitual entre os dois conceitos que faz com que a proposição se encaixe

⁷ Para uma defesa de que Kant pensa a primeira *Crítica* de forma metafísica, cf. Santos (2020b, p. 61-67).

⁸ Sendo mais preciso, existem na verdade três níveis distintos de necessidade no trabalho teórico de Kant. Em termos de semântica de mundos possíveis, pode-se dizer: “As verdades analíticas são verdadeiras em todos os mundos lógicos e conceitualmente possíveis. Aquelas das proposições sintéticas *a priori* da matemática e da metafísica são verdadeiras em todos os mundos humanamente experienciáveis. Já as verdades sintéticas *a priori* das ciências da natureza são verdadeiras em todos os mundos humanamente experienciáveis que contenham matéria inerte” (SANTOS, 2022, p. 132). Uma vez que o presente artigo se concentra apenas na analiticidade, dialogando com a questão da aritmética por conta das concepções de Frege, pode-se deixar de lado a terceira e última classe de proposições necessárias em Kant, visto que ela não é relevante a este debate específico.

⁹ Alguns podem pensar que Kant definiria essa proposição como sintética *a priori* por conta da afirmação de que os juízos da matemática são sintéticos *a priori* (*KrV*, B 14). Entretanto, Kant afirma que algumas pressuposições da geometria, que servem à cadeia do método, são analíticas (*KrV*, B 16-17). Além disso, Kant claramente pensa que, a despeito de que a soma dos ângulos internos de um triângulo seja uma proposição sintética *a priori* acerca do mesmo, a relação entre três ângulos e três linhas em um triângulo pode ser pensada de maneira meramente conceitual (*KrV*, B 744) e, conseqüentemente, analítica.

¹⁰ A fim de evitar mal entendidos, o uso de “compreensão” (do uso que Kant faz do alemão *Umfang* e que Hanna faz do inglês *comprehension*) neste artigo é meramente lógico: a compreensão de um conceito é o conjunto de objetos que se encaixa neste conceito. Por exemplo, a compreensão do conceito “humano” é o conjunto de todos os seres particulares que são assim definidos; nesse sentido, o conceito “humano” compreende todo ser que se encaixa neste conceito.

no critério dado. Porém, o uso do critério compreensional parece não ser uma boa opção, uma vez que engloba proposições verdadeiras que obviamente não são analíticas como, por exemplo, *Todo animal vertebrado possui rins*, na qual os dois conceitos também têm a mesma compreensão.

Contudo, poder-se-ia argumentar, para salvar o uso do critério compreensional, que, como Kant inclui a possibilidade de proposições empíricas, que ainda assim são *a priori*, entre juízos analíticos – por exemplo, *todo ouro é amarelo* (*Prologomena* AA04: 267), a proposição *Todo animal vertebrado possui rins* poderia ser igualmente tratada de fato como analítica. Entretanto, carrega ela a necessidade das proposições analíticas? Dificilmente isso poderá ser dito, uma vez que é perfeitamente possível conceber que a evolução (até mesmo em uma perspectiva teísta) tivesse resultado em vertebrados (os quais, por definição, têm coluna vertebral) que tivessem um sistema excretor no qual não se formassem rins, mas que mantivessem uma estrutura excretora mais rudimentar, que talvez não tivesse evoluído tanto em relação aos animais invertebrados. Obviamente, no *mundo atual*, a evolução decorreu gerando animais vertebrados com rins, mas é plausível pensarmos mundos humanamente experienciáveis nos quais esse não tenha sido o resultado da evolução. Dessa forma, a proposição *Todo animal vertebrado possui rins* não podem ser nem sintéticas *a priori*, por não ser necessária nem mesmo em relação à experiência, e muito menos analítica. Por isso, parece ser mais correto, dentro das distinções kantianas, designar tal proposição como sintética *a posteriori*.

Entretanto, para evitar a conclusão do parágrafo anterior, poderia haver ainda a tentativa de restringir a aplicação do critério compreensional em proposições analíticas apenas às definições nominais, como *Triangulares são trilaterais*, e não às intuitivas, como *Todo animal vertebrado possui rins*. Entretanto, tal restrição possui uma definição obscura de analiticidade na ideia de “definições nominais”; dessa forma, já é pressuposta uma definição da analiticidade. Porém, como o que se busca é definir os juízos analíticos a partir da noção de contenção conceitual (*KrV* B 10-11), o uso da restrição nominal configuraria um raciocínio circular por pressupor a analiticidade, o que seria insustentável. Já no que diz respeito à identidade e ao princípio de contradição, Hanna defende que há tanto uma identidade compreensional quanto uma contradição compreensional em relação à proposição estudada (2004, p. 210-211, 224). Porém, o mesmo que foi dito acerca do critério compreensional na contenção pode ser dito acerca destes últimos pontos, mostrando que dificilmente Hanna pode utilizar consistentemente

tal critério, mesmo com a restrição nominal, para fazer uma definição kantiana dos juízos analíticos.

É importante ainda considerar como Hanna busca defender a consistência da teoria kantiana da analiticidade. Segundo ele, contenção e identidade são condições suficientes para definir um juízo como analítico, mas não são necessárias; ou seja, toda proposição que atender a ao menos uma das duas condições é analítica, mas nem toda proposição analítica precisa atender a estas condições (2004, p. 190, p. 208). Mas o princípio de contradição seria, para Hanna, tanto condição necessária quanto suficiente, e assim todos os juízos analíticos precisam se conformar a tal condição (2004, p. 215). Dessa maneira, ele defende que proposições como *Triangulares são trilaterais* não atendem à condição da contenção conceitual (2004, p. 205), mas atendem compreensionalmente às condições de identidade e contradição (2004, 210-211, 224). Dessa forma, a teoria seria consistente. Entretanto, ignorando a possibilidade de que Hanna esteja errado quanto à sua interpretação das condições necessárias e suficientes da analiticidade, o uso do critério compreensional por parte do comentador é problemático por conta dos motivos aqui elencados e assim continuam existindo proposições analíticas que não se encaixam na teoria kantiana da analiticidade.

Assim, como existem proposições analíticas – como *Triangulares são trilaterais* – que não se encaixam na definição kantiana da analiticidade, pode-se inferir que ela pode ser vista como *prima facie* inconsistente. Dessa forma, a conclusão aqui não é que tal teoria seja *de fato* inconsistente, uma vez que é admitida a possibilidade de que uma interpretação distinta defenda a consistência da teoria kantiana. Por isso, argumenta-se aqui que há evidências suficientes para pensar que ela seja inconsistente, a menos que tais evidências sejam refutadas.

3. Analiticidade em Frege

Ao contrário do que se pode pensar, Frege não é um opositor ferrenho de Kant; na verdade, muito de sua filosofia foi fortemente influenciado pelo filósofo de Königsberg, tanto é que ele afirma: “vejo em Kant o grande mérito de ter feito a distinção entre juízos sintéticos e analíticos” (*FA*, § 89). Além disso, a diferenciação entre *a priori* e *a posteriori* é claramente assumida por Frege (*FA*, § 3) bem como a noção de que juízos analíticos são unicamente *a priori* (*FA*, § 12). Entretanto, é óbvia também a discordância entre os dois filósofos no que diz respeito à definição de analiticidade e da aritmética; afinal,

enquanto Kant trata a aritmética como sintética *a priori* (*KrV*, B 14-16) por conta de sua definição de proposições analíticas, o projeto de Frege é descrito por ele da seguinte forma:

Espero ter neste escrito tornado verossímil que as leis aritméticas sejam juízos analíticos, e, conseqüentemente, *a priori*. A aritmética seria portanto apenas uma lógica mais desenvolvida, cada proposição aritmética uma lei lógica, embora derivada. As aplicações da aritmética à explicação da natureza seria elaborações lógicas de fatos observados; calcular seria deduzir. (*FA*, § 87).

Dessa forma, pode-se resumir tal projeto fregeano em duas teses: (a) que verdades aritméticas são analíticas e (b) que verdades analíticas são puramente lógicas. Isso traduz perfeitamente o projeto logicista do filósofo, definido por Susan Haack como sendo a tese de que “a aritmética é redutível à lógica, isto é, de que os enunciados aritméticos podem ser expressos em termos puramente lógicos, e de que, então, os teoremas aritméticos podem ser derivados de axiomas puramente lógicos” (2002, p. 34-35)¹¹. Dessa maneira, o centro da discussão sobre a aritmética, se é analítica ou sintética *a priori*, está na definição dada para o que seja a analiticidade. Por isso, é necessário investigar as objeções fregeanas à teoria kantiana bem como a própria formulação da analiticidade em Frege.

Uma importante crítica de Frege à analiticidade kantiana é a de que “Kant subestimou o valor dos juízos analíticos – como consequência de uma determinação demasiadamente estreita de seu conceito” (*FA*, § 88). Logo depois, ele parece dizer que o filósofo de Königsberg pensa que a analiticidade se dá por uma contenção conceitual em mera analogia com a contenção espacial, “como a viga numa casa” (*FA*, § 88). Entretanto, tal crítica não se sustenta, uma vez que Kant distingue claramente entre contenção conceitual e contenção espacial na *Estética Transcendental* (*KrV*, B 39-40). Assim, “mesmo que haja uma analogia de alto nível entre contenção conceitual e espacial (ou seja, as duas envolvem relações entre o todo e as partes), Kant certamente não as confunde” (HANNA, 2004, p. 190). A despeito disso, há algo de útil na fala de Frege, pois ele afirma que, ao contrário da tese kantiana, a sua teoria da analiticidade diz que a

¹¹ Haack menciona também que a tese logicista é sugerida por Leibniz e executada por Frege (2002, p. 34), o que de fato corresponde à realidade. Mas é importante mencionar que Frege não abraça completamente a visão leibniziana, pois, como o próprio Frege nota, Leibniz pensava que o analítico e o *a priori* são completamente coincidentes (*FA*, § 15). Em discordância, a filosofia fregeana subscreve, em certo sentido, a tese kantiana de que há juízos *a priori* que são sintéticos e que uma das ciências nas quais eles são encontrados é a geometria (*FA*, § 14, § 89). Portanto, embora de fato Frege retome uma importante tese sugerida por Leibniz, há importantes diferenças entre os dois filósofos.

contenção conceitual em proposições analíticas é algo “como a planta na semente” (*FA*, § 88). Dessa forma, é possível afirmar que juízos analíticos podem estender conhecimento, sendo informativos e não apenas explicativos, como pressupõe Kant (*Prologomena*: 266). Isso permite, portanto, que Frege inclua a aritmética entre as ciências que utilizam juízos analíticos.

Dito isto, deve-se ainda explorar como Frege pensa sua própria definição da analiticidade. O filósofo e matemático pensa que, buscando as verdades primitivas da analiticidade, chega-se ao que ele chama de “leis lógicas gerais e definições” (*FA*, § 3). Não há grande mistério em relação ao que são leis lógicas gerais, mas o que seriam as definições na filosofia fregeana? Frege não apresenta uma resposta clara a essa questão em *FA*, a não ser a sua ideia vaga de definições lógicas como sementes que contêm plantas, as quais darão consequências lógicas demonstrativamente analíticas (*FA*, § 88). Contudo, isso não lança muita luz sobre o tema e a ideia de uma definição lógica continua um tanto obscura. Por esse motivo, Hanna afirma que a teoria fregeana da analiticidade não pode ser usada para rejeitar ou substituir aquela formulada por Kant (2004, p. 240). Entretanto, ao afirmar isso, Hanna ainda pensa na consistência da doutrina kantiana acerca dos juízos analíticos. Porém, como já foi visto, há sérios motivos para duvidar dela uma vez que ela é *prima facie* inconsistente. Por isso, ainda que a teoria fregeana seja inadequada, ela pode ser utilizada (caso tenha algum ponto promissor) não para substituir, mas apenas para rejeitar, ao menos parcialmente, a doutrina da analiticidade formulada por Kant.

Um ponto importante na abordagem fregeana pode ser visto a partir da semântica de mundos possíveis. Como foi visto de maneira breve, a abordagem kantiana das proposições sintéticas *a priori*, feita por Hanna, conduz à ideia de que elas são necessariamente verdadeiras em todo mundo humanamente experienciável, mas não em absolutamente todo mundo possível, o que leva à noção de que há algum grau de contingência na aritmética, não sendo ela absolutamente necessária. Dessa forma, poderiam existir mundos nos quais juízos aritméticos, por serem sintéticos *a priori* em Kant, não tenham valor de verdade. Em contrariedade, Frege defende que a aritmética seria “apenas uma lógica mais desenvolvida, cada proposição aritmética uma lei lógica, embora derivada” (*FA*, § 87) e, portanto, uma ciência que se utiliza de juízos analíticos. Isso significa, como nota o próprio filósofo e matemático, que “as verdades aritméticas governam o domínio do enumerável. Este é o mais inclusivo; pois não lhe pertence apenas o efetivamente real, não apenas o intuível, mas todo o pensável” (*FA*, § 14).

Do ponto de vista do presente artigo, parece mais plausível pensar a aritmética como aplicável a todo objeto pensável do que apenas a objetos espaço-temporais como ocorre na abordagem de Kant. Por exemplo, constantemente são aplicados conceitos aritméticos a objetos metafísicos, que ultrapassam o limite do intuível em termos de tempo e espaço. O próprio Kant, que rejeitara a metafísica tradicional, faz isso ao aplicar o conceito numérico de “um” ao criador do mundo (*KrV*, B 725). Esta aplicação aritmética à metafísica só é possível se as proposições aritméticas não forem restritas a apenas alguns mundos possíveis.¹² Portanto, a visão de Frege de que a aritmética lida com tudo o que for pensável, e não apenas intuível, é mais plausível que a restrição kantiana.

Traduzindo isto para a semântica de mundos possíveis que têm sido utilizada neste artigo, pode-se dizer que a aritmética é necessariamente verdadeira em todos os mundos possíveis.

4. Considerações finais

Portanto, para que sejam dadas sugestões preliminares na discussão, é necessário abordar brevemente três questões aqui: (a) que parece plausível pensar que Frege se equivoca ao definir a aritmética como derivada unicamente da lógica, (b) que a abordagem kantiana de Hanna de que a aritmética não é absolutamente necessária parece implausível, e (c) que há uma possível solução na abordagem essencialista de Plantinga e Kripke.

No que diz respeito ao primeiro ponto, é importante lembrar que a já citada obscuridade das definições lógicas fregeanas milita contra o projeto de reduzir a aritmética à lógica; por isso, Hanna parece estar parcialmente justificado ao defender que o primeiro grande passo na história da analiticidade de Frege a Quine foi um passo em falso (2004, p. 240). Dessa forma, a tradição analítica posterior está justificada ao deixar de utilizar a definição de Frege da analiticidade, passando a ver o juízo analítico como “verdadeiro em todos os mundos possíveis em virtude do seu significado” (Kripke, 2012, p. 87)¹³.

¹² Alguém pode objetar contra este argumento afirmando que ele não é cogente porque Kant rejeita a chamada metafísica tradicional. Contudo, deve-se lembrar que Kant rejeita que possamos ter conhecimento da metafísica tradicional, mas não rejeita que objetos metafísicos como Deus possam ser pensados (*KrV*, B XXX). Para o presente artigo, basta o objeto ser pensável, como o argumento deixa claro. Por isso, a rejeição de Kant à metafísica tradicional não é motivo para rejeitar este argumento.

¹³ Kripke não explica aqui qual o uso que ele faz do termo *significado*, pois ele fala apenas de maneira vaga de “um certo sentido” no qual a proposição é verdadeira em virtude do significado (Kripke, 2012, p. 87). É

Além disso, o paradoxo de Russell descoberto na Lei V sem dúvida contribuiu para a derrocada do logicismo fregeano. Afinal de contas, como Russell coloca em sua correspondência com Frege, é possível derivar o seguinte paradoxo do sistema fregeano: “Seja w o predicado de ser um predicado que não pode ser predicado de si mesmo. w pode ser predicado de si mesmo? De cada resposta segue-se sua contradição” (Russell, 1980, p. 130, *tradução própria*). Em termos de classes, o paradoxo pode ser colocado da seguinte forma:

Seja W a classes das classes x que não pertencem a si mesmas: $W = \{x/x \notin x\}$

Nesse caso, o resultado óbvio é que, se W pertence a si mesma, então ela faz parte da classe de classes que não pertencem a si mesmas, ou seja, ela não pertence a si mesma; se W não pertence a si mesma, então ela não faz parte da classe de classes que não pertencem a si mesmas, ou seja, ela pertence a si mesma. De qualquer forma, o resultado é contraditório. Assim, em termos formais:

$$W \in W \leftrightarrow W \notin W$$

Os resultados históricos dessa descoberta para o logicismo fregeano mostram justamente um desgaste da teoria. Assim, embora não se tenha aqui uma resposta definitiva, parece plausível dizer que Frege se equivoca em sua tese logicista de que a aritmética é derivada unicamente da lógica.

No que diz respeito ao segundo ponto, parece implausível pensar, como requer a abordagem kantiana de Hanna, que proposições aritméticas não sejam absolutamente necessárias. Assim, para apontar um caminho de discussão, pode-se lembrar que algumas proposições são restritamente necessárias. Um exemplo disso pode ser encontrado nas leis naturais descobertas pela física. É possível pensarmos na necessidade das leis naturais, entretanto, “parece que as leis [naturais] não são *logicamente* necessárias” (Plantinga, 2018, p. 248, *grifo do autor*); por isso, se pode atribuir a elas o que Plantinga

possível, entretanto, sugerir que tratemos de proposições analíticas como verdadeiras em todos os mundos possíveis em virtude de uma espécie de significado *essencial*, que não seja estritamente lógico. Dessa forma, evita-se ser restritivo demais, permitindo a inclusão da aritmética; por outro lado, tal sugestão não permite que proposições como *Todo animal vertebrado possui rins* sejam definidas como analíticas, uma vez que *possuir rins* não é essencial ao significado de *vertebrado* tal como o é a ideia de *possuir coluna vertebral*.

chama de “necessidade causal ou nomológica” (2018, p. 248), que depende da existência de um mundo experienciável e com matéria inerte como o nosso. Dessa forma, tais proposições não são absolutamente necessárias e assim são, em última instância, contingentes (Evans, 1979, p. 185). Mas será que a aritmética admitiria algum grau de contingência por conta dos mundos humanamente não-experienciáveis, tal como defende Hanna? Parece que não, afinal, “o carácter peculiar das proposições matemáticas (como a conjectura de Goldbach) consiste no facto de sabermos (*a priori*) que elas não podem ser contingentemente verdadeiras” (Kripke, 2012, p. 235)¹⁴. Se Kripke estiver certo, como parece ser mais plausível, não há grau algum de contingência nas verdades de tal ciência e elas são absolutamente necessárias, o que significa que são verdadeiras em todos os mundos possíveis. Dessa maneira, a despeito de seus equívocos, há um ponto promissor na abordagem fregeana da aritmética como ciência que utiliza juízos analíticos, pois ela conduz à noção de que as verdades aritméticas são verdadeiras em absolutamente todos os mundos possíveis. Dessa forma, o que é defendido neste artigo, em contrariedade à posição de Hanna, é que a visão de que as verdades aritméticas são absolutamente necessárias parece ser mais plausível, bem como um ótimo caminho para a discussão.

Apesar de haver um caminho muito plausível na ideia de que as verdades aritméticas são necessariamente verdadeiras em todos os mundos possíveis, viu-se que o projeto logicista de Frege, o qual garantiria tal tese, fracassou. Por isso, Plantinga afirma que apenas os recursos da lógica não são suficientes para demonstrar a necessidade das proposições aritméticas (1974, p. 14). Assim, no que diz respeito ao terceiro ponto, pode-se adotar uma tese defendida tanto por Plantinga quanto por Kripke, o *essencialismo*, o qual afirma que “objetos têm algumas de suas propriedades essenciais ou necessariamente” (Plantinga, 1974, p. 14, *tradução própria*). Isso significa que certos objetos, como os da aritmética, teriam propriedades essenciais que seriam necessariamente pensadas em todos os mundos possíveis nos quais tais objetos existem. No caso da aritmética, uma vez que ela governaria todos os objetos pensáveis (*FA* § 14), então suas proposições seriam verdadeiras em todos os mundos possíveis, não somente com instâncias em mundos experienciáveis, mas também em quaisquer mundos pensáveis, por conta da existência de resultados essenciais nas operações aritméticas. Como mencionado anteriormente, isso é mais plausível para poder lidar com proposições metafísicas.

¹⁴ Kripke fala aqui da matemática em geral, e não apenas da aritmética, mas, por motivos de limitação da temática, aqui é abordada apenas a consequência disso para a aritmética e não para a geometria.

A partir disso, pode-se dizer, se for concedido que a existência é uma propriedade (em contrariedade ao que diz Kant), que os números – assim como Deus, para quem aceita alguma forma modal de argumento ontológico¹⁵ – têm a propriedade essencial da “*existência necessária*, a propriedade que um o objeto tem se ele existe em todo mundo possível” (PLANTINGA, 1974, p. 61, *grifos do autor, tradução própria*). Dessa forma, a necessidade absoluta da aritmética pode ser defendida em contraponto à visão kantiana de Hanna de uma necessidade restrita aos mundos humanamente experienciáveis, o que, como foi visto, admite uma certa contingência. Obviamente, é necessário trabalhar melhor essa tese, que foi aqui trazida de maneira incipiente, além de que existem várias questões a serem respondidas a respeito do essencialismo em si.¹⁶ Entretanto, pensa-se que tal visão, defendida por Plantinga e Kripke, possa ser um bom caminho para chegar à ideia de que a aritmética é necessariamente verdadeira em todos os mundos possíveis, uma vez que, como foi visto, parece plausível pensar que Frege se equivoca ao definir a aritmética como derivada unicamente da lógica.

Dessa maneira, o presente artigo concluiu que a teoria kantiana da analiticidade é *prima facie* inconsistente, pois existem proposições analíticas que não se encaixam nela, havendo um sério motivo para dela duvidar. Percebeu-se também que, apesar da teoria fregeana ter um ponto promissor ao conduzir à noção de verdade absolutamente necessária na aritmética, ela é problemática em sua tese logicista. Por esse motivo, é trazida a sugestão de que o essencialismo, por não depender do logicismo e nem passar pelas dificuldades da interpretação kantiana de Hanna, possa ser um bom meio de defesa da tese de que as verdades aritméticas são necessariamente verdadeiras. Portanto, embora não se tenha provado este ponto, espera-se ter tornado verossímil tal ideia, de forma que o tema seja melhor discutido a partir da semântica de mundos possíveis.

Referências

EVANS, Gareth. Reference and Contingency. **The Monist, Oxford**, v. 62, n. 2, p. 161-189, 1979. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/27902586?read->

¹⁵ O próprio Plantinga elabora um argumento ontológico modal a favor da existência de Deus, discutindo também a objeção de Kant a esse tipo de argumento teísta. Para a exposição do argumento, *cf.* Plantinga (1974, p. 196-221). Para considerações mais detalhadas acerca da objeção de Kant ao argumento ontológico, inclusive no que diz respeito à ideia kantiana de que a existência não é uma propriedade, *cf.* Plantinga (2012, p. 117-124).

¹⁶ Em Santos (2021, p. 85-87) foi defendido que uma espécie de “essencialismo teísta” pode dar uma boa explicação para as leis da natureza. Se as sugestões de tal artigo, combinada à presente sugestão com relação à aritmética, forem boas o suficiente para explicar os dados, então pode-se dizer que o essencialismo tem uma boa capacidade explicativa.

- now=1&refreqid=excelsior%3A77de89d6740d98f24f5c6c48c9126642&seq=25#page_s
can_tab_contents. Acesso em: 4 jun 2023.
- FREGE, Gottlob. **Os fundamentos da aritmética**: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. Tradução de Luís Henrique dos Santos. 2º Edição. São Paulo: Abril Cultura, 1980. (Os Pensadores).
- HAACK, Susan. **Filosofia das lógicas**. Tradução de Cezar Augusto Mortari e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora UNESP, 2002.
- HANNA, Robert. **Kant e os fundamentos da filosofia analítica**. Tradução de Leila Souza Mendes. São Leopoldo: Editora Unisinos, 2004.
- KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura**. Tradução de Valerio Rohden e Udo Baldur Moosburger. 2º Edição. São Paulo: Abril Cultura, 1983. (Os Pensadores).
- KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura**. Tradução de Fernando Costa Mattos. 4º Edição. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2015.
- KANT, Immanuel. **Prolegômenos a toda metafísica futura**. Tradução de Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1988.
- KRIPKE, Saul. **O Nomear e a Necessidade**. Tradução de Ricardo Santos e Teresa Filipe. Lisboa: Gradiva Publicações, 2012.
- PLANTINGA, Alvin. **Ciência, religião e naturalismo**: onde está o conflito? Tradução de Marcelo Cipolla. São Paulo: Vida Nova, 2018.
- PLANTINGA, Alvin. **Deus, a liberdade e o mal**. Tradução de Desidério Murcho. São Paulo: Vida Nova, 2012.
- PLANTINGA, Alvin. **The Nature of Necessity**. Nova York: Oxford University Press, 1974.
- PRADO, Lúcio Lourenço. Frege e o “Elogio da Razão Pura”. **Cognitio**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 267-280, 2009. Disponível em:
<http://ken.pucsp.br/cognitifilosofia/article/view/13439>. Acesso em: 4 jun 2023.
- RUSSELL, Bertrand. Russell to Frege - 16.6.1902. In: GOTTFRIED, Gabriel *et. al.* (eds). **Philosophical and Mathematical Correspondence**. Trad. Hans Kaal. Oxford: Basil Blackwell, 1980, p. 130-131.
- SANTOS, A. H. S. Os juízos sintéticos a priori na Crítica da Razão Pura de Kant: conhecimento e implicações metafísicas. **Pólemos – Revista de Estudantes de Filosofia da Universidade de Brasília**, v. 9, n. 18, p. 48-70, 2020. Disponível em:
<https://periodicos.unb.br/index.php/polemos/article/view/30153>. Acesso em: 4 jun 2023.
- SANTOS, A. H. S. Kant, Carnap, Plantinga e a possibilidade de juízos sintéticos *a priori*: uma defesa essencialista da existência de dois tipos de verdades necessárias. **Pólemos – Revista de Estudantes de Filosofia da Universidade de Brasília**, v. 1, n. 21, p. 74-90, 2021. Disponível em:
<https://periodicos.unb.br/index.php/polemos/article/view/38528>. Acesso em: 4 jun 2023.
- SANTOS, A. H. S. Kant, Frege e as distinções entre *a priori*, *a posteriori*, analítico e sintético: um estudo na Crítica da razão pura e nos Fundamentos da Aritmética. **Pólemos – Revista de Estudantes de Filosofia da Universidade de Brasília**, v. 11, n. 23, p. 121-140, 2022. Disponível em:
<https://periodicos.unb.br/index.php/polemos/article/view/44558>. Acesso em: 4 jun 2023.

Recebido em: 04/06/2023

Aceito em: 08/01/2024