# SOBRE RACIOCÍNIOS APROXIMADOS: O CASO "FUZZY"

# ABOUT APPROXIMATE REASONING: THE "FUZZY" CASE

*Anderson Aparecido da Silva*[1]

**Resumo:** Este trabalho tem como objetivo apresentar a ideia de raciocínios aproximados na perspectiva da teoria *fuzzy*. Para isso, uma reflexão sobre raciocínio é desenvolvida, iniciando-se com a teoria das inferências apresentada por Aristóteles, que se preocupou em compreender as relações entre o pensamento, raciocínio e a linguagem; e posteriormente, uma reflexão fundamentada na lógica *fuzzy* apresentada pelo professor Lotfi Askar Zadeh, que se tornou um instrumento de inferência para tratar de aspectos do raciocínio aproximado do ser humano.

**Palavras-chave:** Raciocínio, Raciocínio Aproximado, Conjuntos *Fuzzy*, Inferências *Fuzzy*.

**Abstract:** This paper aims to present the idea of approximate reasoning in the perspective of the fuzzy theory. In order to do that, a reflection about reasoning is developed from the Theory of Inference, presented by Aristotle, who was always worried to understand the relationship between thought, reasoning and language; until a reflection based on fuzzy logic presented by the professor Lotfi Askar Zadeh, who became an inference tool to represent parts of the approximate reasoning of the human being.

**Keywords:** Reasoning, Approximate Reasoning, *Fuzzy* Sets, *Fuzzy* Inferences.

## 1. Lógica e raciocínios

A Lógica é concebida como um ramo da Filosofia, sendo essa, por sua vez, responsável por realizar um estudo crítico e racional dos princípios fundamentais do mundo e do homem. Já que o pensamento, podemos assim dizer, é uma manifestação do conhecimento, e que o conhecimento tem como meta a busca da verdade, então temos a necessidade de encontrar meios e, talvez, regras para que esse objetivo possa ser alcançado.

Podemos dizer que a Lógica é uma área da Filosofia que investiga as regras do pensar correto e, desse modo, o aprendizado em Lógica deve ser carregado de sentido quando encontra um modo de garantir que o nosso pensamento possa agir de forma correta, para então, conduzir a conhecimentos verdadeiros. Com isso, a Lógica vai muito além do que limita qualquer disciplina isoladamente considerada, em que se pode ser estudada por seu interesse intrínseco ou para fins de aplicação.

A *lógica de primeira ordem* é uma parte da Lógica voltada, preponderantemente,

[1] Mestrando em Filosofia pela Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Marília. E-mail: anderson-mat@hotmail.com

https://doi.org/10.36311/1984-8900.2012.v4n07.4442

para a Matemática, mesmo caracterizada por ter grandes laços com a Filosofia, quando busca tratar dos argumentos e inferências, e tem como um dos seus objetivos fundamentais, proporcionar métodos que permitam distinguir argumentos e inferências logicamente válidos daqueles que não o são. Quando nos remetemos aos argumentos e inferências, estamos, imediatamente, nos referindo ao ato de raciocinar. Mas, o que vem a ser, então, o raciocínio?

Segundo nos mostram Hegenberg e Andrade e Silva (2005), raciocinar corresponde a um pensar discursivamente, pensar de maneira coerente, tendo algum propósito em vista. Corresponde a inferir, ou seja, está relacionado ao processo de passar de algumas proposições já sabidas ou supostamente aceitas como verdadeiras, para outra proposição que delas decorra. Raciocinar é desenvolver uma operação lógica discursiva e mental, em que o intelecto de cada ser utiliza uma ou mais proposições, para então, concluir através de mecanismos de comparações e abstrações, quais são os dados que levam a determinadas respostas, podendo essas, serem verdadeiras, falsas ou prováveis.

Para Wilhelm (2004), o raciocínio é uma atividade do pensamento de extrema importância ao longo da vida humana. Inicialmente, a capacidade de raciocinar é de fundamental importância em todas as principais teorias de estrutura de inteligência. Quando pensamos sobre as causas dos eventos e ações, quando buscamos o discurso, quando avaliamos suposições e expectativas com base em nosso conhecimento prévio, e quando desenvolvemos ideias e planos, a capacidade de raciocinar é essencial. Podemos distinguir duas formas tradicionais de raciocínio: o raciocínio dedutivo, que consideramos como o processo para se chegar a uma conclusão baseada em ações e regras de caráter racional e, o raciocínio indutivo, considerado como o processo para se chegar a uma conclusão baseada em um conjunto de observações. Naturalmente, na indução não abandonamos o aspecto racional da inferência, mas em algum momento dependemos da empiria.

O raciocínio dedutivo é uma forma válida de justificação, é o processo pelo qual o ser humano faz conclusões baseadas em fatos já acontecidos. Para Copi (1978), o raciocínio dedutivo é válido quando suas premissas, no caso de que essas sejam verdadeiras, fornecem provas convincentes para sua conclusão, ou seja, quando as premissas e a conclusão estão de tal modo relacionados, que é absolutamente impossível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

Já os raciocínios indutivos, ao contrário do que sucede com os dedutivos, segundo nos mostram Salmon (1973), levam a conclusões cujo conteúdo excede os das premissas. É esse traço característico da indução que torna os argumentos indispensáveis para a fundamentação de uma significativa porção dos nossos conhecimentos. O raciocínio indutivo é considerado como o processo para se chegar a uma conclusão baseada em um conjunto de observações e daí um passo de generalização.

Podemos assim dizer que, em suma, raciocínio é o encadeamento de inferências.

Um argumento, como destaca Salmon (1993), não consiste apenas de um simples enunciado, mas de uma conclusão extraída de outros enunciados, as premissas ou hipóteses, e nas justificativas que validam a conclusão. Quando um argumento é apresentado para justificar uma conclusão, devemos questionar dois aspectos fundamentais: se as premissas são verdadeiras ou válidas e se elas estão adequadamente relacionadas para garantir a conclusão. Já as inferências, segundo Feitosa e Paulovich (2005), tratam de expor e explicar as regras com as quais os indivíduos processam mentalmente algumas informações e obtém conclusões a partir dos elementos considerados. Entendemos o estudo das regras como o estudo das inferências, que quando aplicada corretamente em sequências de enunciados nos permitem a avaliação dos argumentos.

Salmon (1993) considera ainda que há um restrito paralelismo entre os argumentos e a inferência, pois ambos compreendem evidências e conclusões que se encontram em relação mútua. A principal diferença existente está no fato de que um argumento é uma entidade linguística, ou seja, uma coleção de enunciados (premissas e conclusão); já a inferência, não o é, mas indica como bem usar regras para fazer um argumento aceitável.

## 2. Sobre a lógica tradicional

Na Grécia antiga, diversas escolas se preocuparam em compreender as relações entre o pensamento, raciocínio e a linguagem. Platão (século IV a. C.), considerado um dos principais pensadores gregos, influenciou profundamente a filosofia ocidental, ao introduzir profundas reflexões acerca do raciocínio; entretanto, Aristóteles (384 – 322 a . C.), discípulo de Platão, foi o primeiro a apresentar, de forma mais elaborada, textos de Lógica, através da sistematização dos resultados desenvolvidos em estudos anteriores. Durante séculos, falar de Lógica era sinônimo de *lógica aristotélica.*

A teoria das inferências apresentada por Aristóteles, denominada tradicionalmente de silogismo aristotélico ou categórico, apresenta um método de dedução de uma conclusão a partir de duas premissas.

Segundo D'Ottaviano e Feitosa (2003), a teoria dos silogismos constitui um dos primeiros sistemas dedutivos já propostos, sendo esta considerada por filósofos e historiadores da lógica como a mais relevante descoberta em toda a história da lógica, pois, além de ser a primeira teoria dedutiva, a teoria dos silogismos é um dos primeiros sistemas axiomáticos construídos. Os autores destacam ainda que a teoria dos silogismos, nos tempos modernos, pode ser observada como um fragmento da lógica de primeira ordem.

Em seu texto "Primeiros Analíticos", terceiro livro do "Organon", considerado um dos mais importantes da Lógica, Aristóteles destaca a sua teoria de silogismos. O texto apresenta a análise dos argumentos de acordo com as suas formas, ou seja, de acordo com as várias figuras e modos dos silogismos. Para Aristóteles, silogismo é um argumento em que, quando estabelecidas certas coisas, resulta necessariamente delas, por serem o que são, outra coisa distinta do anteriormente estabelecido. Em outras palavras, cada *silogismo* é uma regra de inferência que deduz uma proposição categórica – a *conclusão* – a partir de duas outras proposições categóricas, chamadas *premissas*. Cada uma das premissas contém um termo comum com a conclusão – o *termo maior* e o *termo menor,* respectivamente; e um termo comum com a outra premissa – o *termo médio*.

Quanto à linguagem, na teoria dos silogismos temos que os termos são considerados substantivos ou ideias, que podem ser apresentados em termos gerais ou em termos singulares e como predicados. Podemos considerar, como exemplos de termos gerais, "homens", "números", "letras", etc; já como exemplos de termos singulares, temos "Sócrates", "quatro", "b", etc; e por fim, como predicados: "mortal", "par", "consoante", etc. Em relação às proposições (enunciados categóricos), a teoria dos silogismos trata com proposições categóricas, no sentido de incondicionais e de proposições singulares. Temos então que:

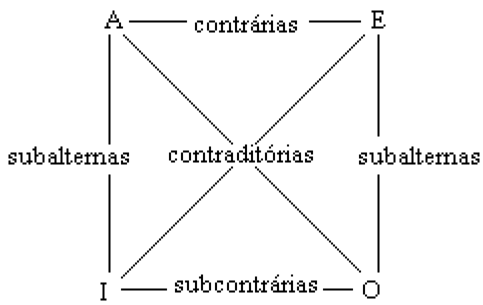
"Todo homem é mortal" é um exemplo de proposição categórica;
"Sócrates é mortal" e "José é um homem" são exemplos de proposições singulares.

Quanto às proposições categóricas, existem quatro tipos, que diferem entre si em quantidade, pois são particulares ou universais, e em qualidade, pois afirmam ou negam. Os quatro tipos de proposições são:

Afirmação universal: "Todo S é P".
*Notação*: A;
Negação universal: "Nenhum S é P".
*Notação*: E;
Afirmação particular: "Algum S é P".
*Notação*: I;
Negação particular: "Algum S não é P".
*Notação*: O.

Feitosa e Paulovich (2005) nos mostram que as letras A e I, utilizadas para indicar as proposições categóricas afirmativas, e as letras E e O, que servem para indicar as proposições categóricas negativas, são utilizadas como referências às palavras do latim: ***a***ff***i***rmo e n***e***g***o***.

As relações existentes entre as quatro formas de proposições categóricas foram estabelecidas a partir da obra de Aristóteles através do conhecido quadrado das oposições, elaborado como um dispositivo para explicar a silogística:




Nesse quadrado, observamos que as proposições categóricas A e O, assim como as proposições categóricas E e I, são *contraditórias*, ou seja, não podem ser, simultaneamente, ambas verdadeiras e ambas falsas. Uma é a negação da outra. Já as proposições categóricas A e E são denominadas *contrárias* e não podem ser ambas verdadeiras, mas podem ser ambas falsas. Agora, as proposições categóricas I e O são proposições *subcontrárias*. Não podem ser ambas falsas, porém podem ser ambas verdadeiras. Por fim, as proposições categóricas A e I, bem como as proposições categóricas E e O, são chamadas *subalternas*, e quando A é verdadeira, então I também é verdadeira, e quando E é verdadeira, então O também é verdadeira.

Para uma melhor compreensão dos silogismos aristotélicos, consideramos o seguinte exemplo:

Todos os homens são mortais;
Todos os gregos são homens;
Logo, todos os gregos são mortais.

No exemplo acima, temos a conclusão obtida através de um processo de combinação dos elementos contidos nas premissas. Quando destacamos que "Todos os homens são mortais", temos a premissa maior, que contém o termo maior "mortais" e o termo médio "homens"; já na premissa "Todos os gregos são homens", temos a premissa menor, que contém o termo menor "gregos" e o termo médio "homens". Na conclusão "Todos os gregos são mortais", contém o termo menor "gregos", sujeito da conclusão, e o termo maior "mortais", predicado da conclusão. Feitosa e D'Ottaviano (2003) destacam que num silogismo válido, não é possível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

O desenvolvimento dos silogismos apresentado por Aristóteles, mais alguns aspectos lógicos desenvolvidos por outras escolas de pensadores gregos como os Estóicos e os Megários, foi a base do que entendemos por Lógica até meados do século XIX e que classificamos como lógica tradicional.

De uma forma geral, podemos considerar que a lógica clássica contemporânea, seguindo a tradição de Aristóteles, pode ser entendida como uma lógica de primeira ordem, que discorre sobre os conectivos lógicos de negação ($\neg$), disjunção ($\vee$), conjunção ($\wedge$), condicional ($\rightarrow$) e bicondicional ($\leftrightarrow$), sobre os quantificadores existencial ($\exists$)e universal ($\forall$), e sobre o predicado de igualdade.

Alguns princípios básicos caracterizam a lógica clássica e, dentre esses, podemos destacar três, conhecidos como as leis básicas do pensamento aristotélico:

(i) *Princípio da não contradição*: uma sentença não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo;
Em símbolos: $\neg(A \wedge \neg A)$.

(ii) *Princípio do terceiro excluído*: uma sentença tem que ser ou verdadeira ou falsa;
Em símbolos: $A \vee \neg A$.

(iii) *Princípio da identidade*: todo objeto é idêntico a si mesmo;

Em símbolos: $(\forall x)(x = x)$.

Com a lógica clássica iniciada por Aristóteles, podemos assim assumir que “A grama é verde ou não é verde”, mas claramente não poderíamos aceitar que “a grama é verde e não verde”. Dessa forma, como vimos anteriormente, na visão do mundo da lógica aristotélica, ou uma sentença é falsa *ou* é verdadeira, não podendo ser, ao mesmo tempo, falsa e verdadeira.

## 3. Lógicas multivaloradas e os primeiros passos dos conceitos *fuzzy*

No final do século XIX, como comentam D’Ottaviano e Feitosa (2003), em busca de soluções não aristotélicas para questões lógicas em aberto, alguns trabalhos foram os precursores das *lógicas não clássicas*. Já nas primeiras décadas do século seguinte, matemáticos e filósofos criaram novos sistemas lógicos, diferentes daqueles representantes da lógica de Aristóteles.

Mais adiante, Jan Łukasiewicz, lógico polonês, motivado por dúvidas filosóficas, considerou a lógica com muitos valores de verdade: as lógicas polivalentes, multivalentes, ou ainda, multivaloradas. Nessa lógica, as proposições podem assumir três ou mais valores de verdade. Além dos valores conhecidos da lógica clássica, falso e verdadeiro, foi acrescido, num primeiro momento, um terceiro valor, sendo esse, o valor “possível”.

Segundo nos mostram D’Ottaviano e Feitosa (2003), Łukasiewicz introduziu seus sistemas de lógicas polivalentes como uma tentativa de investigar proposições modais e as noções de possibilidade e necessidade relacionadas com tais proposições, particularmente vinculadas com eventos futuros.

As proposições modais apresentadas por Łukasiewicz são proposições introduzidas para retratarem as seguintes expressões: “é possível que p”, “não é possível que p”, “é possível que não-p” (é contingente que p) e “não é possível que não-p” (é necessário que p). A expressão “é possível que p” foi tomada como primitiva e Łukasiewicz formalizou seu significado através de três asserções modais, por ele consideradas como básicas, por razões intuitivas e históricas.

Na lógica apresentada por Łukasiewicz, destaca-se a lei da contradição, em que uma determinada afirmação poderia ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Isso se tornaria possível, apenas na condição de não assumirmos apenas sentenças verdadeiras e falsas, mas com algum grau de verdade distinto, o que geraria, dessa forma, vários níveis de possibilidades e não apenas os dois valores até então usuais.

D’Ottaviano e Feitosa (2003) destacam que Łukasiewicz, ao assumir a existência de sentenças às quais poder-se-iam atribuir um terceiro valor de verdade, distinto dos clássicos verdadeiro ou falso, não rejeitou os princípios da não-contradição ou do terceiro excluído.

As concepções de lógicas multivaloradas, apresentadas por Łukasiewicz, podemos assim dizer, foram o embrião das denominadas lógicas *fuzzy*.

Com base nos estudos apresentados por Jan Łukasiewicz, o professor Lotfi Askar Zadeh, conhecido por desenvolver estudos na área de Inteligência Artificial, em meados da década de 1960, percebeu que os métodos matemáticos tradicionais, disponíveis naquela época, não eram capazes de formalizar algumas situações referentes a problemas que compreendessem posições ambíguas, não completamente claras ou sem um contorno nítido. Isto conduziria à impossibilidade de tomadas de decisões binárias, quando envolvidas com tais conceitos. Para contornar essa incapacidade de representação, a alternativa proposta por Zadeh foi a aceitação de mais que dois possíveis valores de verdade. Dessa forma, o professor propôs uma teoria de conjuntos, a qual denominou de teoria de conjuntos *fuzzy*, em que a bivalência não se aplicava como usualmente e, depois, na metade da década seguinte, ele sugeriu uma *lógica não clássica*, estruturada com base na sua teoria de conjuntos, também não clássica. A expressão *fuzzy* tem sido traduzida para o português por “nebuloso” ou “difuso”.

Como vimos, na teoria usual de conjuntos, temos que um determinado objeto ou é ou não é elemento de um conjunto dado, ou seja, há apenas duas opções: não pertence (0) ou pertence (1). Já nessa nova alternativa de conjuntos, apresentada por Zadeh, a passagem da pertinência para a não pertinência ocorreria de maneira gradual, não existindo necessariamente uma descontinuidade, ou seja, a pertinência seria uma questão de grau, no qual, o *grau de pertinência* de um determinado objeto à um conjunto *fuzzy* seria representado por algum número real que se encontraria no intervalo entre 0 e 1, sendo 0 a expressão da completa não pertinência e 1 a sua pertinência total.

Como um exemplo, sabemos que uma andorinha pertence a um conjunto de aves, mas um morcego não pertence a esse conjunto. Agora, na teoria dos conjuntos *fuzzy,* como os elementos pertencem a conjuntos em graus variados, podemos considerar que, como o morcego tem asas, assim como a andorinha, pode pertencer a um conjunto de aves, mas até um certo grau.

Temos então que um conjunto *fuzzy* seria entendido como uma função de certo domínio $V$, o universo de discurso, no intervalo real [0, 1]. Dessa maneira, podemos verificar que um determinado objeto pode pertencer, com certo grau, a um determinado conjunto e, com um grau distinto, a um outro conjunto.

Desse modo, considerando que um conjunto *fuzzy* fica determinado por funções e, como consequência da teoria usual de conjuntos, como cada função pode ser representada por um conjunto de pares ordenados, poderíamos então definir os conjuntos *fuzzy* do modo seguinte:

Um *conjunto fuzzy* A é um conjunto de pares ordenados, em que o primeiro elemento do par pertence ao universo de discurso $V$ e o segundo elemento corresponde ao grau de pertinência do primeiro elemento em A.

Assim: $A = \{(a, \mu) : a \in V \text{ e } \mu \in [0, 1]\}$.

Baseado no desenvolvimento da teoria dos conjuntos *fuzzy,* em meados da década de 1970, Zadeh estendeu seus estudos para o que denominou de "lógica *fuzzy"* que, segundo Feitosa (1992), seria um sistema lógico não clássico, em que os seus valores de verdade são linguísticos, ou seja, são palavras em uma linguagem natural ou artificial, interpretados por funções, em contraposição aos valores usuais, verdadeiro ou falso.

Destaca-se, ainda, que esses valores de verdade poderiam ser dados por conjuntos *fuzzy*, definidos no intervalo real unitário, formando um conjunto enumerável *fuzzy* do tipo: verdadeiro, mais ou menos verdadeiro, bastante verdadeiro, não muito verdadeiro, não muito falso, etc.

Quanto aos elementos abordados pela lógica *fuzzy*, as variáveis linguísticas, que Zadeh define como variáveis cujos valores são palavras ou sentenças de uma linguagem natural ou artificial, surgem da necessidade de interpretação de fenômenos qualitativos. Os fenômenos quantitativos são bem interpretados por variáveis numéricas, mas as variáveis numéricas nem sempre são apropriadas para representar fenômenos qualitativos e, como esses são bastante frequentes no nosso cotidiano, faz-se importante uma alternativa para a formalização dessas situações, o que Zadeh faz através das variáveis linguísticas, mais apropriadas para a caracterização de fenômenos inexatos, aproximados ou complexos.

Para um melhor entendimento, podemos considerar como exemplo a palavra *estatura*, bastante usual no nosso dia a dia. Em ambientes não numéricos, não temos a noção clara de seu significado; agora, por meio dos conjuntos *fuzzy*, podemos atribuir noções aproximadas para *estatura*; sendo essas, denominadas de *variáveis fuzzy*. Podemos considerar como exemplos de variáveis *fuzzy* da *variável linguística* "estatura": muito alto, alto, meio-alto, um pouco alto, baixo, meio-baixo, muito baixo, um pouco baixo, médio, entre outros. Os elementos de cada noção aproximada de estatura são caracterizados pela variação do grau de pertinência num rol apropriado para estaturas. Assim, nesse exemplo, os seguidores de Zadeh consideram que "estatura" é uma variável linguística, que assume as variáveis *fuzzy*: muito alto, alto, meio-alto, etc., como seus valores e, que essas, por sua vez, são interpretadas por meio dos conjuntos *fuzzy*. Por exemplo, considerando um homem de 1,82 m e outro de 1,76 m, podemos considerar que ambos são membros do conjunto *fuzzy* "alto" da variável linguística "estatura"; porém, o homem de 1,82 m tem um grau de pertinência superior ao outro homem.

## 4. Racicínios *fuzzy*

Sabemos que é muito comum, no cotidiano, nos depararmos com certos tipos de informações, consideradas imperfeitas, sendo essas, caracterizadas como imprecisas, vagas e incertas, ou ainda, que correspondam a verdades parciais e subjetivas. Como afirma Takács (2005), o cérebro humano possui determinadas características especiais que permitem aprender a raciocinar em ambientes considerados vagos ou imprecisos. Aí está a importância de tal teoria desenvolvida através dos conjuntos *fuzzy*. A lógica *fuzzy* é semelhante, em questão de estrutura, à lógica aristotélica, mas se diferencia dela pela obtenção de uma conclusão vaga e imprecisa, deduzida de uma coleção de premissas, também imprecisas, representadas pelos conjuntos *fuzzy*. Com isso, a lógica *fuzzy* se torna um instrumento de inferência que lida com condições consideradas parcialmente conhecidas, permitindo, dessa maneira, os denominados raciocínios aproximados, ou seja, podemos entender a lógica *fuzzy* como uma maneira de representar o raciocínio aproximado do ser humano.

A teoria de conjuntos *fuzzy* apresentada pelo Professor Zadeh teve como objetivo fornecer uma ferramenta matemática para tratar de informações de caráter vago ou impreciso. A lógica *fuzzy*, com base nessa teoria, foi construída inicialmente através de conceitos já estabelecidos na lógica clássica, mas de modo a ampliá-la e permitir raciocínios aproximados.

O raciocínio aproximado é fundamental, segundo Tákacs (2005), na lógica *fuzzy*, pois é um sistema baseado em regras. A representação desse conhecimento é dado por meio da regra “Se ..., então”, ou seja, de uma implicação lógica.

Por raciocínios aproximados, como nos mostra Pap (2006), entendemos como o processo ou os processos pelos quais uma conclusão, possivelmente imprecisa, é deduzida de uma coleção de premisssas imprecisas. Esse raciocínio é considerado altamente qualitativo, mas está de acordo com a realidade, onde é abundante o número de raciocínios muito complexos para se obter uma solução precisa.

Sabemos que toda regra lógica tem um antecedente e um consequente. Na regra “se..., então” do raciocínio clássico, temos que:

SE *proposição antecedente*, ENTÃO *proposição consequente*.

Considerando um exemplo: “O aluno estudou, então não sairá mal na avaliação”.

Podemos observar que, se a proposição antecedente é verdadeira, ou seja, que se o aluno estudou, então podemos deduzir que a proposição consequente também é verdadeira, isto é, o aluno não sairá mal na avaliação.

Agora, na teoria *fuzzy*, as proposições antecedentes e consequentes são dadas através de conjuntos *fuzzy* com variáveis linguísticas. Com essas características, a lógica *fuzzy* permite melhor compreensão de aspectos imprecisos da linguagem natural, ou seja, os raciocínios aproximados se tornam uma alternativa para a representação do conhecimento humano.

Desse modo:

SE $m$ é A, ENTÃO $n$ é B.

em que: m é a variável linguística do antecedente; A é o termo linguístico do antecedente; n é a variável linguística do consequente; B é o termo linguístico do consequente. É importante observarmos que os termos linguísticos A e B são tratados como conjuntos *fuzzy*.

Como um exemplo, temos que: “Se o aluno estudou um pouco, então pode ser que não vá muito bem na avaliação”.

No primeiro exemplo apresentado, a afirmativa é verdadeira ou falsa, enquanto que, no segundo, a afirmativa pode assumir certos graus de verdade, com uma valoração aproximada.

A lógica *fuzzy*, como vimos, baseia-se na teoria dos conjuntos *fuzzy*, com vistas à sua representação. Nesta lógica, é notável a presença de uma série de elementos importantes e, dentre esses, temos as proposições *fuzzy*, que são expressões constituídas por um sujeito e um predicado (à moda categórica), em que este predicado é dado por um termo vago ou não preciso, como por exemplo: "A água está fria"; e as inferências *fuzzy* ou raciocínios *fuzzy*, como nos mostram Feitosa e Paulovich (2005), são os processos pelos quais uma conclusão, possivelmente não exata, porém próxima da exatidão, é decorrente de uma coleção de premissas imprecisas e vagas por meios de regras e operações *fuzzy.*

Como as situações de inferências em geral são constituídas por uma quantidade muito grande de sentenças, existem procedimentos para a investigação de validade dos argumentos.

Duas regras básicas e usuais de inferências do tradicional raciocínio da lógica de dois valores são as denominadas *Modus Ponens* e *Modus Tollens*.

Na regra *Modus Ponens*, a primeira premissa é um condicional. Na segunda premissa, existe uma afirmação do antecedente da primeira premissa, ou seja, há a afirmação de que o antecedente é verdadeiro. Com isso, concluímos que o consequente da primeira premissa, também é verdadeiro. Já na *Modus Tollen*s, há uma negação do consequente na segunda premissa, ou seja, há a afirmação de que o consequente é falso. Disso, concluímos que o antecedente da primeira premissa também é falso. Em suma:

*Modus Ponens* (MP)
Premissa 1: se x é A, então x é B; Premissa 2: x é A. Conclusão: x é B.

Exemplo:
Premissa 1: Se Pedro está no hospital, então Pedro está doente;
Premissa 2: Pedro está no hospital;
Conclusão: Pedro está doente.

*Modus Tollens* (MT)
Premissa 1: se x é A, então y é B; Premissa 2: y não é B; Conclusão: x não é A.

Exemplo:
Premissa 1: Se Pedro está no hospital, então Pedro está doente;
Premissa 2: Pedro não está doente;
Conclusão: Pedro não está no hospital.

Estes são os casos em que o raciocínio é exato. Agora, estendemos estas regras para o caso de proposições *fuzzy*, ou seja, para o caso dos raciocínios aproximados e não exatos.

O sistema de regras de inferências da lógica *fuzzy* utiliza os princípios da lógica para determinar como os fatos e as regras devem ser combinadas para derivar novos fatos. Uma inferência aplicada à logica *fuzzy* é a regra de implicação *fuzzy* denominada de *Modus Ponens Generalizado* e a *Modus Tollens Generalizado*.

*Modus Ponens Generalizado*
Premissa 1: x é A*; Premissa 2: se x é A, então y é B. Conclusão: y é B*.

*Modus Tollens Generalizado*
Premissa 1: y é não é B*; Premissa 2: Se x é A, então y é B. Conclusão: x não é A*.

Na regra de inferência *Modus Ponens Generalizado*, o conjunto *fuzzy* A* não é necessariamente igual ao antecedente da regra, o conjunto A. Da mesma forma, o conjunto B* também não é necessariamente o mesmo que o consequente, ou seja, o conjunto B. Diferente da lógica clássica, na lógica *fuzzy*, uma regra será considerada válida, se existir um grau de pertinência, diferente de zero, entre a primeira premissa e o antecedente da regra; daí, o resultado será um consequente com algum grau de pertinência não nulo em relação ao consequente da regra. Agora, a função de pertinência do consequente será obtida através da composição de relações *fuzzy*, utilizando-se, uma outra regra de inferência, denominada regra de inferência composicional. Essa regra desenvolve, em relação à lógica *fuzzy*, um papel semelhante ao desempenhado pela regra *Modus Ponens* na lógica clássica. Como estamos preocupados com as inferências aproximadas, esta regra de inferência composicional nos proporciona uma regra que extrapola a inferência exata.

Khaliq e Ahmad (2010) destacam que existem proposições consideradas complicadas, difíceis de aproximações. Dessa forma, em raciocínios aproximados, utilizamos o seguinte esquema:

Premissa: $(u = p) \to (v = q)$
Premissa: $u = p$
Conclusão: $v = ?$

Aproximamos a conclusão v utilizando a regra da implicação e a *Modus Ponens Generalizado*.Considerando um exemplo:

Premissa: ( u = "O clima está frio") $\rightarrow$ (v = "Use agasalho")
Premissa: ( u = "O clima está bastante frio")
Conclusão: v =?

Agora, aplicamos a regra fuzzy de inferência a fim de aproximar a conclusão v. Uma conclusão possível poderia ser da forma: "Use mais agasalhos".

## 5. Raciocínios aproximados

Em vista dos fatos apresentados anteriormente, de uma forma geral, percebemos que as teorias convencionais são baseadas no princípio de Descartes, cujos objetos são limitados ao que pode ser definido objetivamente. O incerto é, portanto, excluído da lista de tópicos de investigação. Na teoria *fuzzy*, tomamos uma abordagem oposta ao admitirmos e tratarmos com incertezas. Primeiro, as incertezas são representadas pelas funções de pertinência, através de um processo com alguma subjetividade. Então, a função é manipulada em um método definido no seio da teoria *fuzzy*.

Acreditamos, em sentido restrito, que a lógica *fuzzy* é um sistema lógico ou de raciocínios, que é uma extensão da lógica de vários valores e se destina a operar com raciocínios aproximados. Como uma generalização da lógica multivalorada, a lógica *fuzzy* foi estabelecida para lidar com proposições *fuzzy* subjacentes ao raciocínio aproximado e, ainda, a inferência com raciocínios aproximados está em transparente contraste com a inferência da lógica clássica.

Através deste estudo realizado, algumas outras questões podem ser levantadas e são plausíveis para futuras reflexões: Existem outros ambientes inferenciais aproximados? A indução é um tipo de raciocínio aproximado? Podemos dizer que o ambiente inferencial *fuzzy* é um ambiente dedutivo usual? Existe a inferência abdutiva? Qual a relação desta, com os casos mencionados ao decorrer deste trabalho? Estas perguntas precisam de mais reflexões para algum tipo de resposta.

## REFERÊNCIAS

CÍNTULA, P.; HAJEK, P. *Complexity issues in axiomatic extensions of Lukasiewicz logic;* J. Log. Comput, v. 12, 2009. p. 159-219.
D'OTTAVIANO, I. M. L., FEITOSA, H. A. *História da lógica e o surgimento das lógicas não clássicas*. Campinas: Unicamp. Centro de lógica, Epistemologia e História da Ciência – CLE, 2003. Disponível em: <http://www.cle.unicamp.br>. Acesso em 02

de dezembro de 2011.
FEITOSA, H. A., PAULOVICH, L. *Um prelúdio à lógica*. São Paulo: Editora Unesp, 2005.
HAACK, S.; *Filosofia das lógicas*. Tradução de C. A. Mortari e L. H. A. Dutra. São Paulo: Editora UNESP. Título original: Philosophy of logics, 2002.
HÁJEK, P. On vagueness, truth values and fuzzy logics. *Studia* Logica, v. 91,2009. p. 367-382.
HEGENBERG, L. ANDRADE E SILVA, M. F. *Novo Dicionário de Lógica*. Rio de Janeiro: Pós-Moderno, 2005.
KHALIQ, A., AHMAD, A. *Fuzzy Logic and Approximate Reasoning.* Thesis is presented as part of Degree of Master of Sciences in Mathematical Modelling and Simulation, 2010.
PAP, E., *Triangular norms in modelling uncertainly, non-linearity and decision,* in Proceedings of the 2th International Symposium of Hungarian researchers Computational Intelligence, 2001. p. 7-18.
SALMON, W. C. *Lógica*. Tradução de Álvaro Cabral. 3ª edição, Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1993.
TAKÁCS, M., *Approximate Reasoning in Fuzzy Systems Based on Pseudo-analysis and Uninorm Residuum.* Edited by Bernard de Baets, János Fodor: Academia Press Gent, 2004.
ZADEH, L. A. *Fuzzy sets and applications*. John Wiley & Sons, USA, 1987.
ZADEH, L. A. A Theory of approximate reasoning, In Hayes, J., and editors, *Mashine Intelligence*, v.9, Halstead Press, New York, 1979. pp. 149-194.
WILHELM, O. *Measuring Reasoning Ability.* 2004. Disponível em : <://www.em2007.mpg.de/files/Wilhelm.pdf:>. Acesso em 08 março. 2012.