

## **A Formação de Professores que Ensinam Matemática e os Conteúdos Escolares: Uma Reflexão Sustentada na Epistemologia Genética**

---

Clélia Maria Ignatius NOGUEIRA<sup>1</sup>

### **Introdução**

Tradicionalmente, quando um professor de Física, de Química, de Biologia ou de Matemática, entra em sala de aula, ele faz, metodologicamente falando, a exposição desses campos de conhecimento da mesma forma: as aulas fundamentam-se, predominantemente, na comunicação do professor ao aluno, mediada quase sempre pelo livro e, algumas vezes, por outros recursos didáticos. Dito de outra forma, o ensino é feito apenas do ponto de vista da narrativa de fatos e dados, para quaisquer conhecimentos, como se estes fossem da mesma natureza epistemológica.

Mas, poderiam esses campos científicos – Matemática, Biologia, Química, Física – receberem o mesmo tratamento metodológico? Se esta questão fosse formulada a Piaget, a resposta certamente seria NÃO! Afinal, esses campos são epistemologicamente diferentes, têm objetos de estudo diferentes, constituíram-se como conhecimentos específicos diferentes e, embora pertençam a um campo comum, o científico, esta diferença se estabelece tanto como área científica quanto como conhecimento escolar.

Considerando que os conhecimentos possuem naturezas diferentes, naturezas estas muito bem diferenciadas por Piaget, quando estabeleceu os tipos de conhecimento (físico, lógico-matemático e social), este texto contém reflexões que buscam estabelecer, prioritariamente, como os aportes da Epistemologia Genética explicam a construção dos conhecimentos matemáticos escolares e, conseqüentemente, qual deveria ser a formação do professor para poder

---

<sup>1</sup> Doutora em Educação pela Unesp – Campus de Marília – membro do GEPEGE – Professora convidada do PCM – Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM) e professora do CESUMAR – Centro Universitário de Maringá. E-mail: voclelia@gmail.com.

atuar de maneira a favorecer esta construção. Tais reflexões se sustentam obviamente em Piaget, nos estudiosos franceses da Didática da Matemática, Vergnaud e Brousseau e em diversos escritos piagetianos de Castorina, Lerner, Becker, Montoya, Macedo e Nogueira, entre outros.

Como fio condutor destas reflexões é a formação de professores este texto se organiza em três vertentes: a principal delas se refere à construção dos conteúdos matemáticos escolares pelos alunos e as outras duas decorrem dela: uma é a referente à mediação do professor nesta construção e a outra, aos saberes do professor, isto é, o que ele precisa conhecer para realizar tal mediação.

Dito de outra forma trata-se de discutir os processos de ensinar (funções e saberes do professor) e de aprender (construção dos conhecimentos matemáticos escolares) à luz da teoria piagetiana, o que significa estabelecer possíveis laços entre uma teoria essencialmente epistemológica e a ação educativa.

### **A construção dos conhecimentos matemáticos escolares**

No que se refere à construção dos conhecimentos matemáticos escolares, desde o advento do Movimento da Matemática Moderna, na década de 1950, se busca fundamentar o ensino de Matemática na teoria piagetiana, particularmente mediante aplicações dos resultados da Psicogenética.

Ora, mas é fato sobejamente conhecido que, embora seja constantemente citado por pedagogos e psicólogos, o interesse maior de Piaget não foi o desenvolvimento da Psicologia nem suas aplicações à Pedagogia. Seu foco principal foi o mecanismo de produção de conhecimentos ou, como o sujeito passa de um nível de menor conhecimento para um nível de maior conhecimento. Mas, é exatamente esta a principal função do professor: *conduzir o aluno que*

*possui um determinado grau de conhecimentos a outro grau de conhecimentos mais amplos ou mais bem estruturados.*

Apenas comparando o principal foco de interesse das pesquisas de Piaget com a principal função do professor, ficam facilmente percebidos laços entre a teoria piagetiana e a ação educativa. Esta deve ser uma das razões para que fossem muitas as tentativas de se “aplicar” a teoria piagetiana à educação, em particular à Educação Infantil e ao ensino de diferentes disciplinas, especificamente no caso da Matemática.

A utilização direta na educação dos textos sobre o desenvolvimento psicológico foi facilitada por uma preocupação comum tanto dos investigadores em Psicologia como em Didática, qual seja a de investigar a transformação dos conhecimentos tanto nas crianças em geral como nos alunos especificamente. Todavia, de acordo com Castorina (2011), a complexidade e a amplitude das obras produzidas originalmente pelos psicólogos genéticos deram lugar a um trabalho de interpretação deformante por parte de psicólogos e educadores.

Conforme já mencionamos, os estudos de Piaget e seus colaboradores não tinham como objeto a construção do conhecimento escolar, a aprendizagem em seu sentido estrito, mas o processo de desenvolvimento cognitivo, buscando uma abordagem da inteligência em termos lógicos. A descrição dos estádios de desenvolvimento feita por Piaget se distancia do conteúdo conceitual dos conhecimentos e se sustenta nos modelos teóricos gerais da lógica.

As tentativas de aplicações da teoria piagetiana na escola têm se mostrado muito limitadas possivelmente porque, em sua maioria, levam em conta apenas os estádios de desenvolvimento; e embora apontem a importância da ação nem sempre demonstram compreender o seu significado na teoria. Conseqüentemente caem no espontaneísmo (BELLINI, NOGUEIRA, PAVANELLO e ANDRADE, 2011, p.1 e 2).

Como afirma Macedo (2010, p.42), “Piaget, por ter se interessado pelo estudo, estruturalista e genético, dos processos de desenvolvimento necessários à construção do conhecimento, estudou crianças, não alunos! E isto traz diferenças!”.

O processo de desenvolvimento é espontâneo e manifesta o processo global da embriogênese que, por sua vez, diz respeito ao desenvolvimento do corpo, do sistema nervoso e das funções mentais [...]. Já o processo de aprendizagem não é espontâneo, mas provocado por situações, como um experimento “aplicado” por um psicólogo ou um recurso didático “aplicado” por um professor. Em qualquer caso refere-se a um problema simples ou a uma estrutura simples. Uma aprendizagem pode ser realizada em poucas horas ou, até, em minutos e ter longa duração enquanto que uma estrutura, gerada pelo processo de desenvolvimento, demorará anos para ser construída; e, uma vez construída, fará parte da vida do organismo, do indivíduo ou do sujeito (BECKER, 2011, p. 216).

Castorina (2011, p.188-189), considera que a maioria das “aplicações” da Psicogenética à Educação são, em sua maior parte, *aplicacionismos*, isto é, “[...] a utilização de uma teoria psicológica em um campo de conhecimento diferente do que lhe deu origem, de tal modo que suas hipóteses e métodos de investigação são utilizados exatamente da mesma forma como eram”. Assim, a aprendizagem escolar era entendida da mesma forma como a Psicologia Genética explicou a aprendizagem fora do contexto escolar.

O próprio Piaget discordava dos aplicacionismos e reconhecia a autonomia dos estudos relacionados ao ensino, ou seja, da Pedagogia e da Didática, esta última, denominada por Claparède de “pedagogia experimental”:

[...] a pedagogia experimental só incide, realmente, sobre o desenvolvimento e os resultados dos processos propriamente pedagógicos, o que não significa [...] que a psicologia não seja uma referência necessária. O que queremos dizer é que os problemas colocados são outros e consideram menos os caracteres gerais e espontâneos das crianças e de sua inteligência do que sua modificação pelo processo em questão (PIAGET, 1998, p.29).

Um exemplo marcante de aplicacionismo aconteceu com os resultados da investigação realizada por Inhelder, Bovet e Sinclair (1975), apre-

sentados no livro *Aprendizagem e estruturas do conhecimento*, que foram considerados, em diferentes situações, como diretrizes para o ensino.

Lerner (2001), comentando este fato alerta que como não é possível ensinar diretamente processos de desenvolvimento, os estudos de Inhelder, Bovet e Sinclair (1975) não abordam as influências sociais e assim, ao adotar como princípios de ensino os resultados obtidos pelas pesquisadoras, se desvirtuava o sentido da instituição escolar ao deixar de lado “[...] a função social da escola e a natureza de uma prática social tão complexa como o ensino” (LERNER, 2001, p. 274).

Outro exemplo em que a aplicação direta da teoria piagetiana provoca o afastamento das influências sociais na construção de determinado conhecimento é o caso do ensino do número, em que diferentes “aplicações” seguindo os resultados das investigações de Piaget e Szeminska (1981), transformaram as operações lógicas de classificação e seriação em “conteúdos de ensino” e, praticamente baniram da Educação Infantil as atividades numéricas como a contagem, cuja aprendizagem é predominantemente social.

Essas operações lógicas, essenciais para a construção do conceito de número, assim como a capacidade de compreender que uma quantidade de objetos não muda se mudarmos as suas configurações espaciais (conservação de quantidade) não são passíveis de serem ensinadas, pois constituem parte do desenvolvimento. Entretanto, certos aspectos do número, como a sequência das palavras-número, por exemplo, são seguramente culturais sendo que as crianças constroem as pré-noções cardinais (responder à questão *quanto?*) e ordinais (mostrar o *n-ésimo* elemento) muito antes de terem construído os elementos lógicos do número.

Para Nogueira (2011), é fato que a criança, em seu esforço de construção do conceito de número, passa por etapas que são parcialmente se-

melhantes às dos “inventores” do número. Os obstáculos a vencer e as soluções a encontrar são sempre os mesmos. Sem conservação do todo não há quantidade e isso é verdadeiro em 2013 como o era em 3500 a.C.. É fato também, que “[...] as transmissões culturais (palavras-números, canções, enumeração ou contagem, aprendizagem reforçada) são insuficientes para reconhecer um número do qual não se utiliza sistematicamente [...]”, porém são necessárias para construir a ferramenta matemática a uma velocidade normal - em torno de seis ou sete anos e não de milênios como ocorreu com a humanidade (NOGUEIRA, 2011, p.66).

Com a ajuda dos conhecimentos socialmente aprendidos, a construção do número pela criança do século XXI não é idêntica a de seus predecessores não apenas no que se refere ao tempo, mas também no que se refere à ordem, que é inversa à da construção original, afinal, elas convivem socialmente com as palavras-número antes de construírem a sequência numérica.

É legítimo concluir então que, como a teoria piagetiana não trata especificamente de questões pedagógicas, não é possível pensar em aplicações, mas sim em *implicações pedagógicas* dessa teoria, o que requer a formulação de uma didática e de uma metodologia de ensino específicas. Isto porque quando nos interessamos pela construção dos conhecimentos escolares na perspectiva piagetiana, somos obrigados a nos interessar não apenas pelo conteúdo do conhecimento, mas, também, pela sua natureza epistemológica, pois as dificuldades dos estudantes não são as mesmas de uma área de conhecimentos para outra e nem mesmo para conceitos dentro de uma mesma área, como por exemplo, a Aritmética, a Álgebra e a Geometria.

Os estudos de Jean Piaget sobre a natureza epistemológica das ciências estabelecem de maneira inquestionável as diferenças entre os tipos de conhecimentos (físico, lógico-matemático e social) e entre seus objetos. Porém,

como sujeito cognoscente e objeto de conhecimento são, para Piaget (1978), indissociavelmente dependentes em todas as formas de conhecimento, com os modos dessa dependência variando segundo as disciplinas em jogo, a conclusão natural é que se a epistemologia de uma ciência difere da de outra, é impossível reduzir o conhecimento científico a um esquema epistemológico único. Nesse caminho, a Matemática é um campo em que seus conteúdos não exigem a experimentação (o empirismo); já a Física, a Química e as Ciências Biológicas são áreas experimentais.

Para além das questões referentes às diferentes naturezas dos conhecimentos, quando a epistemologia entra em cena, fica mais claro ainda o equívoco dos aplicacionismos. Os problemas pertinentes à Didática são diferentes dos problemas psicológicos, o que estabelece sua independência da Psicologia, apesar do forte vínculo existente entre elas. Esta importante conclusão, derivada dos estudos piagetianos, embasou o surgimento das Didáticas especiais e da Didática da Matemática em particular.

Dito de outra forma, quando o foco é a construção do conhecimento escolar específico (matemático, biológico, etc.), o que deve ser buscado não é estabelecer relações entre a Psicogenética e a Didática, mas, entre a Epistemologia Genética e a Didática, no nosso caso específico, com a Didática da Matemática.

Lerner (2001) afirma que a vocação epistemológica da Didática da Matemática está explícita já na definição de seus objetivos: compreender e explicar as relações entre o ensino e a aprendizagem da Matemática. De acordo com Brousseau (1982), para atingir tais objetivos, a Didática da Matemática se fundamenta não apenas em uma teoria do conhecimento e da formação de conceitos, mas tende a fundir-se com ela ao focar as condições em que surgem os

conhecimentos que se pretende ensinar, propondo então, a Epistemologia como campo experimental.

Pode-se enxergar aqui uma nova “ordem” de cooperação: a Psicologia é o campo experimental da Epistemologia que se constitui em campo experimental da Didática da Matemática que, por sua vez, com seus problemas, apresenta desafios à Psicologia, fechando o círculo, que no caso, é virtuoso!

De maneira geral, os objetos de estudo da Didática da Matemática são as relações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático em sala de aula, ou seja, os fenômenos que ocorrem no interior de uma sala de aula de Matemática.

Considerando que o principal problema da Didática da Matemática é o mesmo problema central da Epistemologia Genética, qual seja *o estudo da passagem de um estado de um menor conhecimento a um de maior conhecimento com a diferença de que, no caso da Didática, a “passagem” em estudo seja intencionalmente gerada e tenha lugar em um contexto institucional específico, cuja função é a de comunicar saberes culturalmente produzidos* (LERNER, 2001, p.278), este problema pode ser reformulado da seguinte forma:

### **Como se ampliam os conhecimentos escolares?**

De acordo com Plaisance e Vergnaud (2003, p.64), essa é uma questão central nas investigações didáticas e, atualmente, a resposta mais plausível deve considerar quatro ideias ou fatores:

- a atividade do sujeito que aprende;
- a oferta de situações favoráveis ao aprendizado;
- a mediação por parte de pessoas que rodeiam o sujeito que aprende;
- a utilização de formas linguísticas e simbólicas para comunicar e representar os conhecimentos que estão sendo construídos.

Para detalhar cada um desses fatores, Vergnaud recorre àqueles que ele denomina de “gigantes da psicologia cognitiva”: Piaget e Vigotsky. Certamente podemos explicar e justificar cada um dos fatores mencionados por Plaisance e Vergnaud (2003) sustentados exclusivamente na teoria piagetiana, sem recorrer a Vigotsky, inclusive Castorina (2011), contribui muito para esta discussão, ao tratar da Psicologia Genética dos conhecimentos sociais no contexto didático.

Este texto, considerando o tema inicialmente proposto discute, explicitamente, os três primeiros fatores: *a atividade do sujeito que aprende; a oferta de situações favoráveis ao aprendizado e a mediação por parte de pessoas que rodeiam o sujeito que aprende*. De maneira indireta, o quarto fator: a utilização de formas linguísticas e simbólicas para comunicar e representar os conhecimentos que estão sendo construídos é abordado quando apresentamos a Teoria dos Campos Conceituais.

### **A construção dos conhecimentos matemáticos escolares e a atividade do sujeito que aprende**

De acordo com Plaisance e Vergnaud (2003), a tese de que a criança deve ser ativa em sua aprendizagem, resolvendo problemas e tendo oportunidades de julgar por si mesma suas ações, “[...] não é uma ideia própria dos psicólogos; ela é encontrada, em primeiro lugar, entre os pedagogos e educadores” (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p.65).

Mas, foram os psicólogos, e principalmente Piaget, que mostraram empiricamente que a criança não era um receptáculo ao qual poderiam comunicar conhecimentos pela demonstração e pela imitação, ou por meio do dizer e do explicar. Desde a mais tenra idade, o bebê dá prova de uma intensa atividade perceptiva e gestual em relação aos objetos de seu meio ambiente; e é essa atividade que lhe permite extrair relações estáveis entre as ações e seus resultados, e entre os objetos (PLAISANCE ; VERGNAUD, 2003, p.66).

Piaget estudou exhaustivamente a intensa atividade da criança que, desde muito cedo, é capaz de explorar e de experimentar espontaneamente

o seu meio, adaptando-se a ele. A atividade espontânea e organizada do sujeito caracteriza-se, essencialmente, pela repetição (do que já conhece) e variação (quando confrontado a novas situações). Piaget denomina de *esquema* a esta atividade organizada que o sujeito desenvolve em face de determinada classe de situações. Vergnaud (2000, p.157) chama de esquema “à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações”.

Essa organização comporta objetivos e esperas, regras de ação, tomada de informação e de controle, e é estruturada por invariantes operatórios, isto é, conhecimentos adequados para selecionar a informação e processá-la [...] As possibilidades de inferência também são parte integrante do esquema, pois sempre há uma adaptação do comportamento às variáveis da situação; isto exclui a ideia de que possa haver comportamentos totalmente automáticos (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003,p.66).

O conceito de esquema é fundamental para a compreensão da atividade do sujeito que aprende. Aprender é construir conhecimentos e o conhecimento, segundo a teoria piagetiana é um processo de adaptação. Mas, adaptação a que? E como isto ocorre?

Adaptamos-nos às situações, mediante a evolução da organização de nossas atividades (VERGNAUD, 2009).

Para o estudioso francês, o esquema, pensado como “[...] totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações especificada é, portanto um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática”, entretanto, ainda segundo Vergnaud (2000), nem sempre é reconhecido como tal (VERGNAUD, 2000, p.162).

Para Vergnaud (2003, p. 38), o conceito de esquema é tão decisivo na teoria piagetiana que a proposição essencial desta teoria, de que o conhecimento é basicamente uma adaptação, deveria ser substituída por: “[...] uma interação entre esquema e situação”.

Considerando então a afirmação de Vergnaud (2003) de que o conhecimento se origina da interação entre esquema e situação, o fundamental na ação didática é a oferta de situações. E assim, a ação didática, ou mais do que ação, para Vergnaud (2003, p.38) “a revolução didática” consiste em propor situações que possibilitem o desenvolvimento de esquemas.

O sentido de situação para Vergnaud (1996) se aproxima do que comumente é atribuído pelos psicólogos, a saber: os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com que ele se defronta.

É esta a ideia principal que a Didática da Matemática, segundo a influência francesa, herda de Piaget e faz frutificar ao comprovar a possibilidade de se propor situações suscetíveis de provocar a evolução adaptativa da atividade e dos conhecimentos dos alunos.

Foi outro pesquisador francês da Didática da Matemática, Guy Brousseau quem se dedicou com mais afinco a estudar as situações, dando-lhes o alcance didático que elas não possuíam em Psicologia. Brosseau (1982) distinguiu inicialmente três diferentes tipos de situações: a) *situações de ação*, na qual é apresentado um problema para o aluno cuja melhor solução, nas condições propostas, é o conhecimento a ensinar e tal que o aluno possa agir sobre esta situação e dela extrair informações sobre sua ação; b) *situações de formulação*, cuja finalidade é produzir uma mensagem e comunicá-la, é a troca de informações e c) as *situações de validação*, que têm por objetivo demonstrar a verdade de um enunciado ou de uma teoria e conseguir a adesão dos demais. Nessas três categorias de situações, entram em cena os processos adaptativos, estando em primeiro lugar a ação, origem e critério do conhecimento operatório (ALMOULOU, 2007, p.40).

Posteriormente, ainda segundo Almouloud (2007), com o estudo mais aprofundado da mediação do professor foi acrescentado um quarto

tipo de situações, a de *institucionalização*. As situações de institucionalização seriam então aquelas em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o novo estatuto cognitivo do saber. Esta etapa é importante, pois, uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, mas não tem ainda o estatuto de saber social, que é adquirido depois da institucionalização feita pelo professor. Com a institucionalização do saber feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para a resolução de problemas matemáticos. Isto é, o trabalho didático tem por objetivo a autonomia do aluno, sua independência da ação didática; que o aluno possa reutilizar em situações não-didáticas os conhecimentos que adquiriu no contexto escolar.

A categorização das situações por tipos não significa, absolutamente que uma determinada situação seja exclusivamente de um único tipo. Ao contrário, as situações mais bem elaboradas possuem etapas que se caracterizam pela ação, pela validação, pela formalização e culminam com a institucionalização efetivada pelo professor.

Do que já discutimos até agora, podemos assumir, de uma forma bem simplificada, que a *construção dos conteúdos escolares* do ponto de vista da atividade de quem aprende, se dá pela interação de esquemas do sujeito com situações didáticas (*adaptação*) nas quais o professor recontextualiza o saber matemático, promovendo o encontro entre os conhecimentos já adquiridos no desenvolvimento infantil e os que pretende ensinar. Consiste em propor ao aluno situações que vão desestabilizá-lo. Essas situações desestabilizadoras, graças à ação auxiliar do professor, poderão ser incorporadas pelo aluno, para seu proveito (*equilíbrio*). Assim, um dos principais desafios do ensino de Matemática é introduzir na sala de aula uma melhor relação entre os conceitos e a resolução de problemas, de maneira a torná-los interessantes e compreensíveis para os

alunos, motivando-os a mobilizar os conhecimentos já construídos para sustentar a construção dos novos (*abstração reflexionante*).

Uma primeira conclusão obtida para o problema da ampliação dos conhecimentos escolares mediante os aportes da Psicologia e da Epistemologia Genéticas é que a oferta de situações são fundamentais para a construção dos conteúdos escolares, mas, com esses aportes, nos restringimos às condições gerais, aos tipos de situações desprovidas de conteúdos. Como então estabelecer as relações entre o conteúdo e a forma de lidar com este conteúdo? Como escolhemos as situações-problema?

### **A construção dos conhecimentos matemáticos escolares e a oferta de situações favoráveis ao aprendizado**

É comum ter-se a contextualização, aqui entendida como situações coletadas do cotidiano das pessoas, em resposta à questão “como escolhemos as situações-problema?”. Estas situações realmente são necessárias, porém não são suficientes, pois a Matemática não se limita às questões da vida cotidiana.

Outra possibilidade é levar para a escola os problemas do matemático da maneira que ele os aborda. Entretanto, não é suficiente escolher uma situação que seja apropriada para o desenvolvimento da aula. Para haver aprendizagem, é preciso, ainda, que o aluno reconheça na situação proposta algo que faça sentido para ele, que ele identifique os objetivos nela e isso não é uma tarefa fácil, quando se trata de problemas dos matemáticos.

#### **Como escolhemos as situações-problema?**

Para conseguir que os alunos construam determinado conceito, é necessário mais do que situações isoladas, é necessário estabelecer uma cadeia de situações que constituam o que Brousseau (1982) denominou de *gênese artificial* (porque produzida intencionalmente) do conceito. Mas, como articular uma

seqüência de situações que permita gerar um conceito? Para isto, de acordo com Lerner (2001), algumas questões precisam ser respondidas, tais como:

- Qual foi o problema de que originou esta técnica, este conceito ou procedimento?
- Quais são os problemas capazes de promover a elaboração dos diferentes significados desse conceito?
- Que problemas teóricos ou práticos são respondidos pela introdução de determinado conceito, propriedade ou técnica?
- Como fazer avançar as soluções produzidas pelas crianças na direção do conhecimento matemático que se pretende ensinar?

Para poder elaborar situações adequadas, é necessário conhecer então, não apenas os conteúdos matemáticos específicos, mas onde ele é aplicado (para ter significado) e, principalmente, quais são as suas condições de produção. Para isto, é preciso analisar formalmente determinado conhecimento matemático (conhecer suas filiações, rupturas, aplicações, o que é possível mediante os aportes da teoria dos Campos Conceituais) e, também, recorrer à gênese histórica e psicológica do conceito, o que é possível mediante a Epistemologia Genética da Matemática.

Mas, além dos aportes teóricos e epistemológicos, se desejamos elaborar situações de aprendizagem em sala de aula, é preciso se dedicar a dar a essas situações características semelhantes àquelas que conduzem normalmente os indivíduos a desenvolver novas formas de atividade, sozinhos (situações adidáticas<sup>2</sup>) ou com ajuda, daí a cooperação da Psicologia, pela análise psicogenética.

Segundo Astolfi (2002), a Epistemologia Genética de Jean Piaget “[...] esforça-se por integrar nas questões de epistemologia as condições da sua

---

<sup>2</sup> A *situação adidática*, como parte essencial da *situação didática*, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor [...] de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria [...] o aluno aprende por uma necessidade própria e não por uma necessidade aparente do professor ou da escola (ALMOULOUD, 2007, p.33).

gênese, na criança e no adolescente. A epistemologia une-se, de alguma maneira, à psicologia para determinar as etapas lógicas do desenvolvimento em bases experimentais” (ASTOLFI, *et al.* 2002, p. 89).

Isto porque para a Epistemologia Genética determinar como os conhecimentos matemáticos evoluem, é preciso que ela adote como método considerar todo conhecimento sob a perspectiva de seu desenvolvimento no tempo, ou seja, como um processo contínuo cujo começo ou término não pode ser alcançado nunca. O método genético equivale a estudar os conhecimentos em função de sua construção real ou psicológica, e em considerar que todo conhecimento é relativo a determinado nível de desenvolvimento desta construção.

Dito de outra forma, a análise de um conhecimento na perspectiva genética envolve três métodos: *análise formal* (problemas de estrutura formal dos conhecimentos e validade desses sistemas); *análise psicogenética* (problemas de fato e não de validade formal referentes à caracterização dos estados de conhecimento em distintos níveis sucessivos e aos mecanismos de passagem entre um e outro) e o *método histórico-crítico* (reconstituição da história da ciência na análise dos processos que conduzem de um nível de conhecimento a outro).

Assim, *uma das mais importantes implicações pedagógicas da teoria piagetiana* seria a adoção dos três métodos de investigação da Epistemologia genética: análise formal, análise psicogenética e análise histórico - crítica, na elaboração de situações. Isto por que:

A *análise formal* permite ao professor identificar quais as principais dificuldades matemáticas de determinado conteúdo, suas relações com outros conceitos (filiações e rupturas), suas aplicações, etc. Aqui são os conhecimentos matemáticos do professor que subsidiam sua ação que pode ser facilitada.

tada por uma das maiores contribuições da Didática da Matemática desenvolvida pelos franceses: a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.

Vergnaud foi orientando e trabalhou com Piaget. Sua teoria permite, por exemplo, *analisar a ação do sujeito em situação de aprendizagem e a concepção subjacente à ação*. Mas, certamente, sua maior contribuição à Psicologia Cognitiva é a descrição pormenorizada da construção não de um conceito, mas de um campo conceitual, residindo neste ponto a importância para o que estamos considerando como a análise formal de um conteúdo matemático escolar.

Esta distinção entre campo conceitual e conceito é estabelecida por Vergnaud, por que um conceito não pode ser reduzido à sua definição. De acordo com Pais (2005, p.55), os conceitos são ideias gerais e abstratas criados para sintetizar a essência de uma classe de objetos, situações ou problemas relacionados ao mundo. A “[...] singularidade dessa frase não é suficiente para expressar a totalidade do que seja um conceito e nem mesmo pode ser interpretada como uma tentativa de definição”.

A Teoria dos Campos Conceituais tem por finalidade repensar as condições de aprendizagem conceitual, de maneira que se torne mais acessível à compreensão do aluno. Ela foi estabelecida para tentar compreender melhor os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo do conhecimento. Não é uma teoria especificamente didática e sua função principal é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista conceitual, auxiliando no difícil problema já destacado antes, que é o de elaborar situações de aprendizagem. Apesar dos estudos de Vergnaud estarem voltados para a formação de conceitos matemáticos, a teoria dos Campos Conceituais pode ser aplicada a qualquer área do conhecimento.

De acordo com Vergnaud (2000), *campo conceitual* é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. Nesta teoria o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, mediante a experiência, maturidade e aprendizagem. Se considerarmos que a aprendizagem depende da transmissão social e da equilibração, os fatores de construção de um conceito por parte do sujeito, especificados por Vergnaud (2000), correspondem englobam os quatro fatores descritos por Piaget (1994) para o desenvolvimento, a saber: a maturação, a experiência, a transmissão social e a equilibração.

A teoria dos Campos Conceituais é um quadro teórico que torna possível, de acordo com Plaisance e Vergnaud (2003, p.75), a integração, do ponto de vista psicológico, entre os processos a curto prazo, de aprendizado em situação, e os processos a longo prazo, do desenvolvimento cognitivo; entre uma visão do cognitivo em termos de esquemas, de um lado, e em termos de conhecimentos e de concepções expressas de outro, e entre as mediações linguísticas e outras formas de mediação.

Os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito. Um bom exemplo disso é a contagem. Para essa situação ser resolvida, são necessários diversos “conceitos”, como comparação, classificação, seriação (ordem vicariante), correspondência termo a termo, cardinalidade.

Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança (VERGNAUD, 2000, p.156).

De maneira mais detalhada, campo conceitual é definido por Vergnaud como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente ligados entre si. Dito de outra forma, um **campo conceitual** é uma terna composta por três conjuntos  $C = (S, I, R)$ , onde: **S** é um conjunto de **situações** que dão sentido ao **conceito**; **I** é um conjunto de **invariantes** (objetos, propriedade e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do **conceito** ou conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou seja, o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações de **S** e **R** é um conjunto de **representações simbólicas** (linguagem natural, gráficos, diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para representar as situações e os procedimentos para lidar com elas e que constituem o que Plaisance e Vergnaud (2003) consideram como um dos quatro fatores determinantes para a ampliação dos conhecimentos escolares: a utilização de formas linguísticas e simbólicas para comunicar e representar os conhecimentos que estão sendo construídos.

Podemos claramente perceber que os aportes da Psicogenética são determinantes para a Teoria dos Campos Conceituais, particularmente na consideração dos *invariantes* (esquemas). No contexto da Teoria dos Campos Conceituais “[...] o esquema é uma organização invariante da atividade para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 2009, p. 21).

Assim, ao proceder a análise formal de um conteúdo matemático, o professor precisaria conhecer filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista conceitual; as ações e os procedimentos necessários a construir; os conhecimentos prévios relacionados; as diferentes situações de aplicação daquele conteúdo e suas diferentes representações. Dito de outra forma, proceder a análise formal seria estabelecer o campo conceitual referente ao conteúdo a ser ensinado.

A **análise psicogenética** permite ao professor identificar o que pensam as crianças acerca de determinado conteúdo e enxergar este conteúdo a partir dessas concepções infantis. Para Artigue (1990), considerar as concepções prévias dos estudantes sobre determinado conteúdo permite colocar em evidência a pluralidade dos pontos de vista possíveis para um mesmo objeto matemático (diferenciando as representações e modos de tratamento a ele associados, mostrando em que medida se adaptam à resolução de certa classe de problemas e, o que é particularmente importante: identificar as diferentes concepções dos alunos sobre um mesmo tema, assunto, problema, ajuda a derrubar a ilusão de transparência didática transmitida pelos modelos empiristas de aprendizagem, permitindo diferenciar os conhecimentos que se pretende ensinar dos que são efetivamente construídos pelos alunos.

Segundo Lerner (2001, p.284) é fundamental recorrer à psicogênese dos conhecimentos, porque “[...] para fazer a análise didática de algum aspecto específico de ensino [...] é imprescindível olhar as concepções das crianças sobre o saber e olhar o saber a partir das concepções das crianças”. Para a estudiosa argentina, “a teoria dos campos conceituais formulada por Vergnaud é um claro exemplo desta articulação entre saberes e concepções das crianças” (LERNER, 2001, p. 284).

É a **análise histórica** que permite identificar os problemas dos quais originaram um determinado conceito para reproduzi-los, pelo menos aproximadamente. Evidentemente, esta aproximação é relativa, isto é, as situações didáticas elaboradas não precisam ser muito semelhantes à situação original; seus efeitos é que devem ser semelhantes. Não se trata, portanto, de se reproduzir, ainda que minimamente, a gênese histórica na escola: a construção histórica da noção no conhecimento científico serve de referência e, sobretudo, contribui para a identificação dos problemas que possuem como resposta a noção que se quer ensinar.

Apesar da gênese escolar de um determinado conceito se realizar em condições muito diferentes das que existiam no momento de sua gênese histórica, esta última se constitui um ponto de referência importante [...] não se trata de reproduzir “minimamente” a gênese histórica na escola: a construção histórica da noção na ciência serve de referência, sobretudo porque contribui para identificar quais são os problemas que são respondidos pela noção que se quer ensinar (LERNER, 2001, p.283).

Portanto, considerando-se a análise formal, a análise psicogenética e a análise histórica seria possível a proposição de situações-problema ou seqüências de situações que favoreçam a construção dos conhecimentos matemáticos escolares. Da maneira como aqui está exposto, pela explicitação teórica das etapas, pode parecer que isto está fora de alcance do professor, o que não é verdade. Com uma formação inicial e continuada do professor que tenha como objetivo o mesmo objetivo piagetiano para a educação, a saber, a autonomia, aliado a um sólido conhecimento matemático, de psicogenética e de história e epistemologia da matemática, o professor estará habilitado a propor situações-problema relevantes e a revolução didática proposta por Vergnaud será levada a efeito.

### **A mediação por parte de pessoas que rodeiam o sujeito que aprende ou: funções e saberes do professor**

Podemos inferir do que foi exposto até aqui, que já existe um *corpus* teórico consistente no que se refere à construção de conteúdos escolares pelo aluno, ou seja, ao processo de aprendizagem, mas, como deveria ser a formação do professor para que seu fazer pedagógico promova a aprendizagem dos alunos?

Vimos que para “fazer didática” muita coisa deve ser considerada e que já avançamos muito no que se refere ao aluno. Infelizmente, no desenvolvimento profissional de professores, aqui entendido como formação inicial e continuada, fizemos progressos, mas bastante reduzidos. Mesmo a pesquisa sobre este assunto ainda não progrediu suficientemente.

No que se refere às funções do professor, sabemos que a principal delas é conduzir o maior número possível de alunos que ele recebe em determinado grau de conhecimentos (distintos) a outro grau de conhecimentos mais amplo e melhor organizados, o mais próximo possível do saber reconhecido e oficializado, grau este que é estabelecido à “revelia” do professor e levando em conta apenas o sujeito cognoscente genérico.

Para Vergnaud (2003) são três os atos mais importantes do professor na busca de cumprir com sua função principal:

- A escolha adequada de situações, jogos, dramatizações. Para isto, ele pode se servir da produção de pesquisadores da área.
- Saber até que ponto pode auxiliar seu aluno quando ele está em uma situação de aprendizagem. Isto ninguém pode fazer pelo professor e exige muita delicadeza, muita atenção para os sinais manifestados pelo aluno em termos de compreensão ou não compreensão.
- Avaliar adequadamente os sinais manifestados pelo aluno em ação, isto é, analisar a ação em situação e a concepção subjacente à ação.

Esses atos exigem do professor um contínuo planejamento, a ação constante de pesquisa e estudo e, finalmente, refletir sobre suas próprias ações.

Atualmente, já é reconhecido que aprendemos e nos desenvolvemos em qualquer idade e apesar das pesquisas de Piaget se referirem apenas a crianças e adolescentes, já que ele não estudou o desenvolvimento cognitivo do adulto, esta constatação pode ser inferida da própria teoria piagetiana, pois para esta teoria, a linha de construção do conhecimento é contínua, não sendo possível delinear o seu começo absoluto e nem vislumbrar o seu final. Em qualquer idade, sempre que nos deparamos com algo completamente desconhecido, percorremos os estádios de desenvolvimento!

E ainda para o pesquisador genebrino “[...] é fundamentalmente importante para a escola moderna saber qual é a estrutura de pensamento da criança, e quais são as relações entre a mentalidade infantil e a do adulto” (PIAGET, 1998, p. 163).

Assim, podemos vislumbrar que a construção dos conteúdos escolares do futuro professor também se processaria pela interação sujeito/objeto ou esquema /situação, e assim, um curso de formação de professores deve proporcionar a integração permanente e contínua entre teoria e prática, desde o início do curso de graduação, em todas as disciplinas do currículo de formação profissional, de modo a propiciar situações de aprendizagem aos futuros professores, tanto nas áreas de conteúdo específico como nas áreas de fundamentos educacionais.

Também é necessário e fundamental, se focar o problema da relação entre a pesquisa acadêmica e o trabalho concreto do professor em sala de aula. A pesquisa acadêmica é certamente interessante e necessária. Ela fornece informações extremamente úteis, mas insuficientes, porque não conseguem alcançar a riqueza e a diversidade das atividades que se passam em sala de aula, tanto por parte dos alunos, quanto da parte do professor (VERGNAUD, 2003, 41).

É extremamente importante que, nas diferentes etapas de seu desenvolvimento profissional, o professor seja colocado em contato com o acervo de pesquisas existentes na área, tanto para compreender melhor o fenômeno educativo em seus diferentes aspectos, como para poder refletir em que sentido e com que limites tais investigações podem auxiliá-lo em sua prática profissional. A realização de estudos e pesquisas é necessária para que o futuro professor experimente um novo paradigma educacional baseado na pesquisa e na reflexão, no qual as contradições não fossem evitadas, as dúvidas fossem naturais,

os erros normais e os conflitos encarados como possibilidades de ascensão para novos patamares.

Uma situação de pesquisa importante, é a replicação de provas piagetianas que demonstram, sem margens de dúvida, que as estruturas cognitivas do sujeito se desenvolvem continuamente, por meio de uma “troca” entre o próprio sujeito e o objeto, particularmente às referentes a conceitos matemáticos e físicos como número, espaço, deslocamento.

De acordo com Debastiani, Caldatto e Nogueira (2011), a descrição do processo de construção do conhecimento (do indivíduo ou da ciência), perseguida pela Epistemologia Genética constitui um conjunto teórico que supera, de uma única vez, o empirismo e o apriorismo, contribuindo para que o futuro professor, ainda em sua fase inicial de formação possa alterar as concepções de ensino e aprendizagem, construídas durante toda sua história escolar.

Os licenciandos, que mesmo sem ter consciência são aprioristas, ou seja, acreditam que a origem do conhecimento está no próprio sujeito e entendem que a função do professor é apenas estimular para que estes conhecimentos aflorem, ao serem expostos à uma “quase visualização” de um conhecimento sendo construído, como o que ocorre nas provas piagetianas, certamente irão rever concepções e práticas.

Da mesma forma, os empiristas que acreditam que as bases do conhecimento estão nos objetos, em sua observação e que, portanto, o conhecimento é algo fluido, passível de ser repassado de um para outro pelo contato entre eles, seja de forma oral, escrita, gestual, ao constatar que a participação do professor no processo é necessária, porém não suficiente para a construção do conhecimento, certamente colocará em cheque suas convicções.

Ainda segundo Debastiani, Caldato e Nogueira (2011) ao ser confrontado com experiências como as de aplicação de provas piagetianas a crianças de idades diferentes, nenhum licenciando conseguiria ficar “imune” e passaria, no mínimo, a questionar suas convicções anteriores e, na situação ideal, compreenderia que os conhecimentos não são nem *a priori*, inerente ao próprio sujeito (apriorismo), nem que provenha totalmente das observações do meio que o cerca (empirismo); mas sim, que este, em qualquer nível, é gerado mediante a interação do sujeito com seu meio, a partir de estruturas previamente nele existentes.

Isto significa que a formação docente deve contemplar não apenas conhecimentos matemáticos, que podem ser adquiridos das disciplinas específicas, de História, de Filosofia e de Epistemologia da Matemática, e de metodologias e procedimentos, que podem ser adquiridos com o estudo das disciplinas voltadas ao fazer pedagógico, mas, necessita também, mudar suas concepções prévias adquiridas durante toda sua formação escolar e desenvolver atitudes de estudo, pesquisa e reflexão, o que só é possível de se adquirir mediante as condições didático-metodológicas em que se efetiva sua formação.

Em um trabalho anterior, desenvolvido com a professora Regina Pavanello e apresentado no XI ICME (11 th International Congress on Mathematical Education, realizado no México em 2008) baseadas em estudos e pesquisas próprios e de outros estudiosos, estabelecemos o que seria a formação necessária para o professor, no que se refere aos seus conhecimentos. Relacionamos tais conhecimentos com a proposta apresentada neste trabalho para a elaboração de situações e para a mediação do professor.

Com tais considerandos, a formação inicial do professor deve contemplar:

- Conhecimentos relativos à Matemática escolar. Para que o professor consiga ultrapassar o paradigma da transmissão do conhecimento que privilegia a linguagem em lugar do pensamento, que enfatiza a aprendizagem de termos, definições e algoritmos ao invés de estimular o estabelecimento de relações, a busca de semelhanças e diferenças, enfim, das regularidades, dos padrões, atividades estas que, entre outras, constituem o cerne do pensamento matemático. O docente precisa conhecer, de maneira aprofundada, os conceitos e propriedades referentes aos conteúdos com os quais ele vai trabalhar, bem como sua história. Esse conhecimento é essencial para que o professor possa ele mesmo perceber e levar seus alunos a perceberem a Matemática como um campo de conhecimento dinâmico e aberto. No que se refere à proposta aqui delineada, este conhecimento é indispensável para que seja efetuada a *análise formal* do conteúdo a ser ensinado.
- A construção histórica do conhecimento. Conhecer a história da Matemática é fundamental para que os professores compreendam que o conhecimento matemático não foi construído todo de uma só vez, num curto período de tempo. Pelo contrário, muitos conceitos levaram um longo tempo para serem compreendidos e sistematizados, o que atestaria sua complexidade e sua dificuldade de apreensão. Conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos possibilita também ao professor compreender melhor alguns aspectos de sua própria aprendizagem e a de seus alunos. Assim, poderá organizar melhor a mediação entre a Matemática formal da escola e a matemática enquanto atividade cotidiana. Evidentemente, este conhecimento é indispensável para que seja efetuada a *análise histórica* do conteúdo a ser ensinado.
- Conhecimento aprofundado dos princípios que regem o desenvolvimento e a aprendizagem e o processo de construção de conhecimentos matemáticos. Esse conhecimento asseguraria ao futuro professor: uma aprendizagem significativa e aplicada desses princípios; a capacidade de respeitar diferenças (de estilo cognitivo, de ritmo de aprendizagem, de formas de expressão); a opção por uma teoria de aprendizagem para sustentar sua ação pedagógica e evitaria que seu discurso fosse desconectado de sua prática. Este conhecimento é indispensável para que seja efetuada a *análise psicogenética* do conteúdo a ser ensinado.
- Conhecimentos didático-metodológicos. O futuro professor deve conhecer e analisar diferentes alternativas didático-metodológicas (recursos eletrônicos; diferentes linguagens e materiais) para compreender suas possibilidades ou limitações, sua adequação ou não aos objetivos que se pretende alcançar por seu intermédio como a compreensão de noções, conceitos, processos e fenômenos matemáticos. Isso significa que o futuro professor deve ter a oportunidade de participar de um processo de

aprendizagem em Matemática baseado na construção pessoal *resultante de um processo experiencial*, em que lhe sejam oferecidas possibilidades de comparar, analisar e relacionar os conceitos matemáticos apresentados sob diferentes formas (auditiva, visual, cinestésica), de dar significado pessoal às novas aquisições. Esses conhecimentos favorecem não apenas a mediação das situações em sala de aula, como contempla o aspecto das diferentes representações de um conceito, favorecendo, também, a análise formal, ou seja, o estabelecimento do campo conceitual.

- Conhecimentos sobre as possíveis inter-relações dos diferentes temas matemáticos, entre si e com os demais ramos do conhecimento: isso possibilitaria ao futuro professor perceber que certos conteúdos específicos de determinada área podem facilitar aquisições ou ajudar na superação de dificuldades em outra(s) área(s). No que se refere à nossa proposta, este conhecimento é indispensável para que seja efetuada a *análise formal* do conteúdo a ser ensinado, com o estabelecimento do campo conceitual pertinente.
- Conhecer a epistemologia do campo científico em que o docente atua ou irá atuar. Tradicionalmente, quando entramos em sala de aula como professores de Física, de Química, de Biologia ou de Matemática, fazemos, metodologicamente falando, a exposição desses campos de conhecimento da mesma forma: as aulas fundamentam-se, predominantemente, na comunicação do professor ao aluno, mediada pelo livro e, algumas vezes, por outros recursos didáticos. Dito de outra forma, o ensino é feito apenas do ponto de vista da narrativa de fatos e dados, igualando todos os conhecimentos como se estes fossem da mesma natureza epistemológica, quando são essencialmente diferentes. E, o mais importante, esta diferença se estabelece tanto como construção científica quanto como conhecimento escolar.

Este último ponto é de fundamental importância para o que discutimos neste texto, afinal, de acordo com Astolfi, Darot, Ginsburg-Vogel e Toussaint (2002, p.57), entender a dimensão epistemológica “[...] diz respeito à concepção que fazemos do objeto de saber, da relação dos dados empíricos (os factos) e das construções teóricas (as leis, as teorias)”. Assim, a atuação do professor depende de que este tenha bem clara a forma de produção de conhecimentos em sua área, pois cada área tem objetos de estudos diferentes porque diferentes são os fenômenos que investigam.

### Considerações Finais

Considerando que a construção e ampliação dos conhecimentos escolares matemáticos, segundo o que apresentamos neste texto depende da oferta e da mediação adequada de situações que favoreçam a evolução e organização dos esquemas do aprendiz, conclui-se que o papel do professor é fundamental. É dele a responsabilidade de propor e mediar o desenvolvimento das situações apresentadas aos alunos.

Seria por certo ingenuidade acreditar que um aluno egresso de qualquer curso de formação de professores estaria, por melhor que fosse o curso, completa e definitivamente preparado para exercer sua atividade profissional. Toda formação é sempre provisória numa sociedade que não permanece estática, mas se transforma pela atuação do homem e pela evolução do conhecimento. A formação é apenas o ponto de partida para a construção do profissional docente, que será constituída à medida que ele entre em contato com situações de ensino, reflita sobre suas ações e seu repertório linguístico e continue estudando e pesquisando ....

Nas palavras de Vergnaud (2003, p.43) :

Um professor sozinho, isolado, mesmo que tenha muito talento, não vai resolver esse problema. Por isso, é preciso pensar sempre em equipes de pesquisa de ensino, em comunidades que evoluam juntas nessa questão, a longo prazo. O desenvolvimento de didáticas leva muito tempo, e a mudança de práticas e de atitudes demora mais do que a mudança tecnológica.

## Referências

ALMOULOUD, S.A.. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed.UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. Epistémologie et didactique. **Recherches em Didactique des mathématiques** (RDM), v. 10. N. 2. Paris: Université Paris 7.

ASTOLFI, J.P.; DAROT, E.; GINSBORGER-VOGEL, Y.; TOUSSANT, J.. **Práticas de formação em didática das Ciências**. Lisboa: Instituto Piaget, 2000.

ASTOLFI, J.P.; DAROT, E.; GINSBORGER-VOGEL, Y.; TOUSSANT, J.. **As palavras-chave da didática das ciências**. Lisboa: Instituto Piaget, 2002.

BECKER, F. Aprendizagem: reprodução, destino ou construção. In MONTROYA, A. O.D. *et al* (Org.) **Jean Piaget no século XXI: escritos de epistemologia e psicologia genéticas**. São Paulo: Cultura Acadêmica; Marília: Oficina Universitária, 2011, p.209-229.

BELLINI, L.M.; NOGUEIRA, C.M.I.; PAVANELLO, R.M e ANDRADE, D. As palavras-chave da didática das ciências: uma análise piagetiana. **Anais do II Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas**. Marília: Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista – UNESP, novembro de 2011.

BROUSSEAU, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte). *Revista Enseñanza de las Ciencias*. España, Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona: vol: 8 n.3, pag: 259-267.

BROUSSEAU, G.. **Petit panorama de La didactique des Mathématiques**. Bordeaux: I.R.E.M, 1982.

CASTORINA, J.A. La psicología genética de los conocimientos sociales em el contexto didáctico: uma mirada crítica. In MONTROYA, A. O.D. *et al* (Org.) **Jean Piaget no século XXI: escritos de epistemologia e psicologia genéticas**. São Paulo: Cultura Acadêmica; Marília: Oficina Universitária, 2011 p. 187-207.

DEBASTIANI, J. N; CALDATTO, M.E.; NOGUEIRA, C.M.I. Exames piagetianos: reflexões sobre sua utilização na prática docente. . **Anais do II Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas**. Marília: Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista – UNESP, novembro de 2011.

INHELDER, B; BOVET, M e SINCLAIR, H. **Aprendizaje y estructuras del conocimiento**. Madri: Morata, 1975.

LERNER, D. Didáctica y Psicología: una perspectiva epistemológica. In: CASTORINA, J.A. (Org.) **Problemas em Psicologia Genética**. Buenos Aires: EUBA, 2001.

MACEDO, L. Desafios da Escola Atual. Revista **Educação**. Coleção História da Pedagogia. n. 1. São Paulo: Segmento, julho de 2010, p.36- 47.

NOGUEIRA C.M.I. Aplicações da teoria piagetiana ao ensino da matemática: uma discussão sobre o caso particular do número. In MONTROYA, A. O.D. *et al* (Org.) **Jean Piaget no século XXI: escritos de epistemologia e psicologia genéticas**. São Paulo: Cultura Acadêmica; Marília: Oficina Universitária, 2011, p 47 - 70.

PAIS, L.C.. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2.ed. belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PAVANELLO, R.M.; NOGUEIRA, C.M.I. Between Current Teacher Training And That We Wish To Have: Possible Paths. **Annals of XI ICME - 11 th International Congress on Mathematical Education**. DG20 . Ciudad del Mexico/México - 6 a 13 julho de 2008.

PIAGET, J. ; INHELDER, B. **Psicologia da Criança**. Rio de janeiro: Bertrand do Brasil, 1994.

PIAGET, J; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 3ed. Tradução de C. M.Oiticica. Rio de janeiro: Zahar, 1981.

PIAGET, J. **Psicologia e Pedagogia**. 9.ed. Rio de janeiro: Forense Universitária, 1998.

PIAGET, Jean. **Introducción a la epistemologia genética**: el pensamiento matemático. Buenos Aires: Paidós, 1978.

PLAISANCE, E.; VERGNAUD, G. **Ciências da Educação**. São Paulo: Loyola, 2003.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In. BITTAR, M.; MUNIZ, C.A. (Orgs.) **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In BRUN, J. (Org.) **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 2000.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E.P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?**; a teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.