

Le logica impeccabile del irrational

Walter Carnielli

Grupo de Logica Theoric e Applicate

CLE/IFCH — Universidade Estadual de Campinas

13081-970 Campinas, SP — Brasil

carnielli@cle.unicamp.br¹

“Io pensa que il poterea ducer a resultatos fructifere si alicun de iste logicos, qui trova satisfaction e plazer in disvelloppar systemas symbolic, imitarea lê exemplo de Leibniz, Descartes, Peano e Couturat, e dirigerea lor pensamento al problema de projectar un lingua international.”

Rudolf Carnap, in “Carnap’s Intellectual Autobiography”,
The Library of Living Philosophers, Inc. 1963 (ed. P. A. Shilpp)

English abstract

*This paper is written in **INTERLINGUA**², a form of modern Latin without declensions whose use in science was initiated by G. Peano, preceded by Descartes and Leibniz. I am following here the IALA conventions for **INTERLINGUA** of 1952. To the best of my knowledge, this is the first text in logic or philosophy ever written in **INTERLINGUA**.*

The paper offers an introduction to some philosophical and logical questions concerned with the problem of the contradictory in logic, traditionally seen as some form of irrationality, as well as a comparison between some distinct positions, their logical approaches and reciprocal criticisms. A brief account of the history of the subject is also sketched.

*In particular, some recent results about the **logics of formal inconsistency (LFIs)**, the **society semantics** and its general form, the **possible-translations semantics**, are emphasized here not only as a new method for combining logics, but also as an impeccable foundation to what is taken to be as the irrational. These syntactical and semantical tools have the double intention of, on the one hand, to systematize and to precisely define an ample class of logic systems, and on the other hand to offer alternative semantic interpretations to certain less studied non-classical logics, while making possible to combine simple logics so as to obtain other logics with a richer structure. We try to assess here the interest, the degree of success and the capability the LFIs and of the possible-translations semantics (as well as its associate, the society semantics) as conceptual contrivances to overcome the irrational.*

1. Parve historia e importantia philosophic del paraconsistentia

Le historia del investigation logic super le inconsistente o le contradictori non es longe. Le duo (assi considerate) fundatores, laborante in modo independente e vidente le question ab differente perspectivas, esseva le logico polonese Stanislaw Jaśkowski e le logico brasilian Newton C. A. da Costa. Le prime publicava su ideas in lingua polonese in 1948 e 1949, e ha apparite in lingua anglese solo in 1968 (cf. [Jas48]). Le secunde introduceva su ideas in un these durante le annos sexanta, e ha apparite in lingua anglese in [dC74]. Comounque, per alcune persone, le duo fundatores son tre (un ver situation contradictori): le logic norte-american David Nelson in 1949 jam publicava in [Nel49] ideas e resultates supra theorias mathematic “inconsistent” sed non “supracomplete”.

In su proposition per un *logica discussive* (o *discursive*) Jaśkowski (in [Jas48]) argumenta que le principio aristotelic que affirma “Le principio que duo assertiones contradictori non son ambes ver es le plus certe de totes” (apud J. Lukasiewicz in [Luk10]) non poterea esser transferite intro le logica moderne sin prudentia. Ergo le principio aristotelic de non-contradiction, “Duo assertiones contradictori non son ambes ver”, deberea esser

¹ Un version de iste articulo appare in lingua romanian in le publication *Krisis* (cf. [Car98]). Le recerca ha essite partialmente financiate per CNPq e CAPES (Brasil).

² Io vole regratiar a Emerson José Silveira da Costa per su adjuta in le scriptura de iste texto in **INTERLINGUA**.

comprehendite con le addition de “in le mesme language”, o “si tote le parolas que occorre in iste assertion ha le mesme significato”.

Ille ergo motivava le recerca pro systemas deductive contradictori, ubi le principio de non-contradiction non deberea esser necessariamente valide, como combination de opinions differente intro un unic systema. Assi, pro Jaśkowski, ver contradictiones non necessariamente existe, in le senso que A e $\neg A$ son ambes ver.

Como nos va discuter in Section 4, le ideas de Jaśkowski ha forte similaritate con le notion de *agentes* popularizate in le moderne recerca super systemas de cognoscentia in informatica. In iste systemas, inconsistentias pote apparer intro le bases de datos a causa de incomplete description de information, o a causa de descriptiones conflictante ab differente fontes de information. Como on discute subtus, isto dona al labores de logica super le inconsistente o le contradictori non solo un vive interesse philosophic, sed anque un clar interesse ab le puncto de vista de applicationes real. Le interesse philosophic es clarmente recognoscite in le labor de Giller Gaston Granger, *L'Irrational* (vider [Gr98], p. 175), que vide le logica paraconsistente como un ‘ressource provisor verso le irrational’, ben que le irrational non es necessariamente negative: per Granger, le irrational es multe vice un scintilla que porta al triumpho del rational, o un expediente lo que renova le acto creative.

Le labor de da Costa parti del hypothese que ver contradictiones *pote* apparer in le mundo, per exemplo in le forma de conceptos dialectic in le senso de Hegel [He12], volume uno ³, o anque in le forma de paradoxos semantic como:

A: “Iste sententia es false”

le qual, como es facile vider, es un proposition que al mesme tempore es ver *e* es false (dunque, A e $\neg A$ son ambes ver).

In 1910 Lukasiewicz publica su libro, *O Zasadzie Sprzeczności u Arystotelesa: Studium Krytyczne*, que significa *Supra le Principio de Contradictione in Aristotele: Un Studio Critico* ubi illo compara le interesse de Hegel per iste thema prohibite per Aristotele. Per prima vice le methodos del logic symbolic han essite utilizate per un analyse stricte de iste problema philosophic. Ab iste puncto de viste, le libro de Lukasiewicz pote essere viste como un puncto de referimento per le logic contemporanee.

da Costa construe alora un hierarchia enumerabile de sub-systemas del logica classic (le ben cognite systemas C_n descripte in [dC74] e in diverse articulos per ille ipse e collaboratores) ubi le joco inter implication e negation pote esser controlate. In iste maniera on pote tractar theorias contradictori le quales non son trivial, per medio del obstruction del application del dissemination logic de principios cognite como *ex contradictione sequitur quodlibet*, o *Principio del Pseudo-Scotus* in le formas $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ e $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ (vider [Car91]).

Plus tarde le *logica relevante* (in differente formulationes) appareva, le qual anque non exclude le existentia de ver contradictiones, sed obstrue le passo ab contradictoritate verso trivialization per medio del introduction de formas plus forte de implication, le quales anque evita altere paradoxos del implication. Pro un summario comprehensive super tote iste perspectiva super le logica del inconsistentia, con diverse referentias e un guida historic, es recommendate consultar [CM02], e pro un genuin tractamento de diverse logicas non-classic, includente le paraconsistente, vider [Eps90].

Del altere latere, per alcune altere logicos, como G. Priest (vider e.g. [GP87]) le existentia del *transconsistente* es prendite seriemente, a puncto de on introducir le neologismo *dialetheia* pro nominar contradictiones real. Il ha comocunque un tradition multo plus vetere in le philosophia oriental, le qual diverge apertamente del principio aristotelic de non-contradiction. Secundo [Jia91], in le importante Schola Chinese de Nomines (VIII—III A. C.), principios philosophic del forma “Cata cosa es le mesme que le altere cosas, sed cata cosa es differente ab le altere cosas” esseva currente.

Per qualcunque ration, si contradictiones real es o non parte del ontologia, il es clar que un proba de consistentia pote esser date pro pauc systemas mathematic, e que un proba absolute de consistentia es foras de question, post le celebre theoremas de Gödel (vider, per exemplo, [EpC88] pro probas passo-a-passo del resultados de Gödel e commentarios). Necuno abnegara que il ha theorias contradictori o inconsistente sed non trivial in lege, in bases de datos de computadores, in le formulation de certe theorias de scientia natural, in alicun doctrinas philosophic, e assi via. Sed existe comocunque grande disputa philosophic super le natura de tal inconsistentia: esque existe contradictiones *ad eternum*, o le contradictiones existe solo a causa de malfunciones temporarie de nostre apparato mental o symbolic? In le secunde caso, proque nos necessitarea representar lo in un logica?

³

De accordo con G. Hegel, certe conceptos pote esser inherentemente contradictori, in le senso que omne rationamento correcte que on applica super illos pote ducer a contradiction.

Ben que iste question pote esser profunde e interessante, non es necessarie resolver lo pro poter studiar logicas que tracta contradictiones. On pote adoptar un position apud le jam nominate “problema de Jaśkowski”, le qual in [Jas48] demandava un “logica de systemas contradictori... [le qual] 2) deberea esser ric bastante pro render possibile inferentias practic, e 3) deberea haber un justification intuitive”. On pote tractar le problema ab le perspectiva del philosophia analytic, o ab le perspectiva del logica pur. Assi on pote investigar le theorias que pote tractar le inconsistente anque pro profiter del possibilitates argumentative del inconsistente.

Nos non da hic probas explicitas del theoremas citate, sed nos nos refere al fontes ubi illos pote esser trovate. Le expressiones “sss” e “fbf” abbrevia respectivamente “si e solo si”, e “formula ben formate” o “ben constituite”, in le senso logic usual.

2. Inconsistentia, trivialitate e paraconsistentia

Independentemente de qualcunque disputa philosophic, il es nunc un definition ben acceptate que un systema logic, viste como un par ordinate $\langle L, \models_L \rangle$, es *paraconsistente* quando illo permette distinguer inter theorias *contradictori* Σ (in le senso que $\{A, \neg A\} \subseteq \Sigma$, ubi $\neg A$ es le negation de A) e theorias *trivial* Δ (in le senso que tote $B \in \Delta$). In modo equivalente, $\langle L, \models_L \rangle$, es paraconsistente si $\models_L$ es *non-explosive*, i.e., si non es le caso que $\{A, \neg A\} \models_L B$ pro tote B . Per detalios conferer [CM02] e [CCM06]. Per vider que iste definition es non solo multo acceptable, como anque significante, on poterea dicer que le Syllogistic de Aristoteles esserea un logica paraconsistente, viste que, in le modos syllogistic, ab premissas contradictori on non pote deducer tote le theoremas!

Il es clar que qualcunque theoria trivial es contradictori, sed le contrario non es necessariamente ver. Per rationes diverse, un grande numero de autores accorda que il ha multe rationes pro investigar le systemas de logica paraconsistente. Le conflicto, totevia, habe initio super lo que deberea esser le negation e le implication. In [PR89], in un comparison inter le principal perspectivas a respecto del logica paraconsistente, G. Priest e R. Routley classifica los intro:

1) *plus-que-positive*: le systemas que extende le logica positive (como le systemas C_n e C_ω de da Costa, cf. [dCA76]), ubi le logica positive es axiomatisate per le clausura deductive del sequente axiomas sub Modus Ponens:

- | | |
|--|---|
| 1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ | 5) $A \wedge B \rightarrow B$ |
| 2) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$ | 6) $A \rightarrow A \vee B$ |
| 3) $A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$ | 7) $B \rightarrow A \vee B$ |
| 4) $A \wedge B \rightarrow A$ | 8) $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$ |

2) *non-adjunctive*: systemas de character modal (como le systema de Jaśkowski, in formulationes diverse), sed que necessariamente abandona le lege de adjunction in le forma $A, B \models A \wedge B$, le qual interfere con le programma paraconsistente.

3) *largemente relevante*: systemas ubi relevantia es definite in terminos de implication, que adopta un forma forte de implication pro evitar le assi nominate *paradoxo de Curry* (como certe systemas de Priest e Routley).

Le paradoxo de Curry es le argumento date per H. Curry in 1942 conforme [Curr42], ubi ille demonstra que un systema de logica combinatori que contine un operator de implication ubi le sequente regulas son valide:

- 1) le Regula de Absorption $A \rightarrow (A \rightarrow B) / A \rightarrow B$, e
- 2) le Regula de Modus Ponens $A, A \rightarrow B / B$

es trivial sub certe conditiones, in le senso que tote A pote esser deducite.

Tal conditiones son applicabile, per exemplo, quando on utiliza tal logica in le semantica informal. In un forma simplicite, lo que es nominate *objection de Curry* es le sequente argumento: sia $T(x)$ un predicato unari que denota “veritate”. Via un processo de auto-referentia (via diagonalization, o via definition de terminos appropriate in calculo λ , per exemplo) nos pote obtener un assertion α tal que:

$$\alpha = [T(\alpha) \rightarrow A]$$

(i.e., α es le nomine de $T(\alpha) \rightarrow A$, cuje signification es “si α es ver allora A ”, pro un proposition qualcunque A).

Nunc, si on applica le predicato $T(x)$ in α on obtene le equivalentia $T(\alpha) \text{ sss } (T(\alpha) \rightarrow A)$, e in particular:

- i) $T(\alpha) \rightarrow (T(\alpha) \rightarrow A)$, ab le equivalentia
- ii) $(T(\alpha) \rightarrow A) \rightarrow T(\alpha)$, ab le equivalentia
- iii) $(T(\alpha) \rightarrow A)$ ab (i), via le Regula de Absorption
- iv) $T(\alpha)$ ab (ii) e (iii), via le Regula de Modus Ponens
- v) A ab (iii) e (iv), via le Regula de Modus Ponens

e ergo on deduce A pro un assertion qualcunque A .

Le objection de Curry es un forma del ben cognite paradoxo de Richard, o anque un forma positive del paradoxo de Russel per la teoria del conjunctos, e constitue un argumento serie que monstra que certe rationamentos pote conducer verso trivialitate *absolute* independente de inconsistentia o contradictoritate, proviste que *nulle* forma de negation es involvite in su proba! Illo affecta quasi tote le foundationes logic que poterea esser usate pro rationar super le semantica informal.

Le argumento de Curry anque monstra que le trivial non coincide con le contradictori. Comocunque, Curry non cognosceva le possibilitate de distinguer inter le conceptos de contradictoritate (o inconsistentia) e de trivialization, como le ipse titulo de su obra confirma.

Le analyse de [PR89] concluda que le approche relevante per paraconsistentia es le plus satisfactori, in particular proque illes crede que es le sol maniera possibile de obstruer le objection de Curry. Sed lor analyse non pote esser prendite como conclusive, supertoto proque illes oblida altere approche como le logica de plure valores pro paraconsistentia, que pote esser multo plus fructifere que illes crede, o face creder.

Le systemas de Lukasiewicz L_n , per exemplo, escappa del objection de Curry pois que le Regula de Absorption non es valide in L_n . Nos considera hic le prime logica de tres valores L_3 (vider, per exemplo, [CDM94] o [Eps90]). L_3 es definite per le sequente tabulas con valori di veritate **T**, **U**, **F** del quales **T** es le sol valor designate e $A \vee B$ es definite como $(A \supset B) \supset B$, e $A \wedge B$ como $\neg(\neg A \vee \neg B)$:

	$\neg$		$\supset$	T	U	F		$\wedge$	T	U	F		$\vee$	T	U	F
T	F	T	T	T	U	F	T	T	T	U	F	T	T	T	T	T
U	U	U	T	T	T	U	U	U	U	U	F	U	T	U	U	U
F	T	F	F	T	T	T	F	F	F	F	F	F	F	T	F	F

Como es ben cognite, tote systemas de Lukasiewicz (finite e infinite) pote esser axiomatisate⁴ (vider, p. ex., [CDM94] pro referentias). Sed es facile vider ab le tabulas que le sequente formulas non son tautologias in L_3 .

- 1) $A \wedge \neg A \supset B$
- 2) $\neg(A \wedge \neg A)$
- 3) $A \vee \neg A$
- 4) $(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$

e anque le Regula de Absorption non es valide.

Comocunque, le Regula de Modus Ponens es valide, assi como le fbf $A \supset (\neg A \supset B)$, e ipso facto formalmente exclude le systemas de Lukasiewicz de esser paraconsistente conforme le definition supra. Sed iste logica ha un certe controlo super le trivialitate, a causa de (1) e del facto que le Regula de Absorption non es valide.

Como essera clar, es possibile definir diverse altere logicas de plure valores que pertine, al mesme tempore, al prime e al secunde classes supra mentionate, sed illos non son necessarimente relevante. Assi le question non es ancora claudite. In particular, mesme si es debattibile si le paradoxo de Curry es de facto un objection contra systemas logic, e non contra le notion de semantica informal, nos va monstrar que es possibile formular systemas logic con plure valores ubi iste objection non es applicabile.

⁴ Axiomas de typo hilbertian pro logicas de plurivalores son difficile de obtener, sed in [Car87] e [Car91] on disveloppa un methodo general que permette dar axiomatizationes de typo tableau e de typo sequente pro omne logica finite de plurivalores.

3. Semantica pro systemas paraconsistente: le semantica de traductiones possibile

Le systema C_ω es parte del hierarquia de systemas introduce per Newton da Costa in [dC74] e que nos denomina *C-hierarquia* (vider anque [CM02] per generalizations e per multe altere detalios) e axiomatisate in le language L_C continente le connectives primitive $\rightarrow, \wedge, \vee, \neg$ via le axiomas pro logica positive, plus le sequente axiomas:

- 9) $A \vee \neg A$ (tertium non datur)
 10) $\neg \neg A \rightarrow A$ (elimination de duple negationes)

Le systemas C_n per n finite son axiomatisate per le axiomas de C_ω plus un gruppo de axiomas specific. Nos tracta hic solo C_1 .

Le operator A^0 abbrevia formulas del typos $\neg(A \wedge \neg A)$ o $\neg(\neg A \wedge \neg A)$

- 11) $B^0 \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A))$ (forma paraconsistente del Axioma de Kolmogoroff)⁶
 12) $A^0 \wedge B^0 \rightarrow (A \vee B)^0$ ($\vee$ -dissemination del operator 0)
 13) $A^0 \vee B^0 \rightarrow (A \wedge B)^0$ ($\wedge$ -dissemination del operator 0)
 14) $A^0 \wedge B^0 \rightarrow (A \rightarrow B)^0$ ($\rightarrow$ -dissemination del operator 0)

Le calculo C_1 (e tote le alteres in le *C-hierarquia*) es complete con respecto a un classe de semanticas bivalente semi-functional, nominate *valuationes paraconsistente* (cf. [dC72], sed es altamente recommendate vider [CCCM03a] e [CCCM03b] per un aprofundimento del question), le quales son functiones v ab le collection de sententias intro $\{0, 1\}$, tal que le sequente conditiones son satisfacite:

1. $v(A \vee B) = 1$ sss $v(A) = 1$ o $v(B) = 1$;
2. $v(A \wedge B) = 1$ sss $v(A) = 1$ e $v(B) = 1$;
3. $v(A \rightarrow B) = 1$ sss $v(A) = 0$ o $v(B) = 1$;
4. Si $v(A) = 1$ allora $v(\neg \neg A) = 1$;
5. Si $v(A) = 0$ allora $v(\neg A) = 1$;
6. Si $v(B^0) = v(A \rightarrow B) = 1$ allora $v(A) = 0$;
7. Si $v(A^0) = v(B^0) = 1$ allora $v((A \wedge B)^0) = 1$.

Un proprietate immediate de valuationes paraconsistente (le qual pote esser facilmente verificate si on revoca le abbreviation $Y^0 = \neg(Y \wedge \neg Y)$ o $Y^0 = \neg(\neg Y \wedge \neg Y)$) es le sequente:

Pro qualcunque formula Y , $v(Y^0) = 0$ sss $v(Y) = v(\neg Y) = 1$.

Ergo le formulas definite Y^0 functiona como un typto de controlator: Y^0 es false sss Y es contradictori.

Iste semantica es multo similar al classic, e differe basicamente in duo conditiones:

- 1) on pote haber situationes ubi $v(A) = 1$ e $v(\neg A) = 1$ (alteremente, illo se reduce al classic), e
- 2) on pote haber situationes ubi $v(A) = 1$ e $v(\neg \neg A) = 1$.

Le secunde puncto non es multo importante, pois que es possibile definir un version plus forte del systemas C ubi $A \leftrightarrow \neg \neg A$. Totevia le prime puncto es apparentemente plus controverso, proque illo pare facer senso solo si existe ver contradictiones. Nonobstante isto non es assi, como nos argumenta subtus.

⁵ In vice de iste definition, nos pote addicionar un nove axioma, $\neg(A \wedge \neg A) \rightarrow \neg(\neg A \wedge A)$, non previste in le formulation original de C_n per garantir le sue proprietate semantic. Sin illo, on pote considerar "logica paraconsistente a destra" e "logica paraconsistente a sinistra". Vider [Mar99] e [CM02].

⁶ In modo intuitive, iste axioma significa que le lege de non-contradiction (axioma de Kolmogoroff) in le forma $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ demanda, pro su validitate, que B e $\neg B$ non pote esser simultaneemente ver.

In lor critica super le systemas plus-que-positive, Priest e Routley revoca que A e B son *contrari* si $A \wedge B$ es logicamente false, son *subcontrari* si $A \vee B$ es logicamente ver, e son *contradictori* solo si al mesme tempore illos son contrari e subcontrari.

Illes argumenta que un del difficultates del C -systemas C_n e C_ω es que lor negation es un *operator que forma subcontraris* (sed non un operator que forma contradictoris) pois que $A \vee \neg A$ es logicamente ver, sed $A \wedge \neg A$ non es logicamente false. Analogemente, le negation intuitionistic es un *operator que forma contraris* sed, ancora un vice, non un operator que forma contradictoris. Iste position, e altere ideas supra dialetheias comocunque, ha essite fortemente criticate (vider specialmente [Sla06] e le debattos intra).

In ultra, secundo [PR89], mesmo si on considera C_ω como “le plus accessible” de tote le systemas plus-que-positive, su implication non esserea adequate, proque illo non evita le objection de Curry. Nonobstante, le facto que un logica non evita le objection de Curry non pote esser un criterio pro rejectar tal logica como paraconsistente, pois que, primo, le argumentos de Curry non se refere al concepto de theoria inconsistente in le senso que $\{A, \neg A\} \subseteq \Sigma$ e, secundo, non es labor del logica paraconsistente evitar le trivialization, sed solo evitar le trivialization *ab contradictorietate*.

In ultra, pote esser demonstrate, como on va vider, que, con un approche semantic alternative via logica de tres valores, on pote obtener un interpretation intuitive satis clar per un extension de C_ω . In effecto, on pote definir un nove interpretation semantic pro un extension del logica C_ω , que on appella $C_{\min}$. Le distinction inter C_ω e $C_{\min}$ occurre solmente pro le formulas del logica positive: on pote demonstrar que in C_ω le Lege de Peirce $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ non es valide, ni le Lege Positive del Terti Excluso $A \vee (A \rightarrow B)$. Allora le calculo $C_{\min}$ es definite como C_ω plus le axioma $A \vee (A \rightarrow B)$.

Iste nove forma de attribuer interpretationes semantic pro qualcunque logica ha essite proponite plus recentemente (introducite in [Car90], e relaborate in [Mar99], [Car00] e [CCM06]). Su idea central es que, date de un latere un collection de logicas L_λ que possede semanticas philosophicamente ben acceptate, e del altere latere un altere logica L , sub certe conditiones on pote interpretar le comportamento de cata connective $\#$ de L in terminos de un familia de simile connectives $\{\#_1, \dots, \#_n\}$ de L_λ per medio del *traduction* de $\#$ intro $\{\#_1, \dots, \#_n\}$. Per detalios, vider [Mar99], [Car00] e [CCM06].

Le concepto de semantica de traducciones possibile pote esser viste como un generalization del structuras de Kripke in le quales on pote haber mundos de distincte natura, vidente traducciones in le rolo de relationes de accessibilitate e le differente systemas logic in le rolo de mundos possibile. Ben que systemas de typo Kripke offere un comprehension multo clar del semantica de alicun logicas non-classic, tal approche semantic pro le question del paraconsistentia non ha ancora essite trovate (e illo non pare esser possibile, malgrado le tentativas in [Baa86]).

On pote pensar que le idea de combinar distincte logicas se debe a J. Lukasiewicz (cf. [Luk53], pp. 367) ubi ille defini le productos de tabulas de veritate appropriate pro su tractamento de logica modal. Comocunque, il debe esser notate que le methodo de Lukasiewicz semper produce tabulas finite, sed isto non es nostre caso. Existe anque un altere labor independente super combination de systemas logic per D. Gabbay (in diverse articulos) sed non coincidente con le nostre.

Ben que C_n e C_ω ha nulle semantica functional a finite valores de veritate⁷, le approche semantic via traducciones possibile consiste, intuitivamente, in associar a illo logicas de tres valores (**T**, **T'** e **F**) ubi **T** e **T'** son valores de veritate distinguites.

Iste systema ha un interpretation intuitive attractive, si on vide le valores de veritate **T** e **F** como etiquettas pro information ver e false, e **T'** como etiquetta pro information le qual es ver *per manco* de evidentia contrari. Qualcunque information etiquettate como **T'** pote esser mutate (debite, per exemplo, a evidentia additional) in tres modos differente:

- i) illo pote devenir false (in cuje caso su negation devenira **T**, e un certe negation $\neg_A$ debtera esser usate);
- ii) illo pote devenir ver (in cuje caso su negation devenira **F**, e un certe negation $\neg_B$ debtera esser usate);

⁷ Isto es plus o minus immediate quando on ha, como in versiones usual de C_n e C_ω , le axioma $\neg \neg A \rightarrow A$ (sed non $A \rightarrow \neg \neg A$). In le versiones $C_n^{\neg \neg}$ e $C_\omega^{\neg \neg}$, ubi le axioma $A \leftrightarrow \neg \neg A$ es valide, on necessita de un argumento combinatori plus elaborete. Vider [CCM06].

- iii) illo pote continuar in le mesme stato (in cuje caso anque su negation devenira $\mathbf{T}$ e le negation $\neg_A$ debera esser usate).

Cata alternativa functiona como un distincte “mundo logic possibile” (cujе logica subjacente es traducite respectivamente in un fragmento del logica de tres valores.

Inter le systemas $C_{\min}$ e C_n existe infinites altere systemas nominate *logicas del inconsistentia formal (LFIs)*, cf. [CM02], con importante subclasses como le G-systemas el e dC-systemas: etiam le logica D2 de Jaśkowski pote esser characterizate como un Gsystema. Les **LFIs** son systemas que permette formalizar e controlar le character explosive de un contradiction e al mesme tempore recuperar in totalitate le rationamento classic. On pote demonstrar que $C_{\min}$ e que multe altere de istes logicas del inconsistentia formal son correcte e complete con respecto al semantic de traductiones possibile; per detalios consultar [Mar99], [Car00] e [CCM06].

Iste interpretation semantic offere un melior comprehension intuitive pro le systemas paraconsistente. Illo monstra, primemente, que non es necessari assumer le existentia de contradictiones real (ben que iste possibilitate non es anque *excludite* per via de iste interpretation) pois que on pote haber situationes real, plausible, ubi formulas A e $\neg A$ son simultaneemente valide: tal occorre ubi manco de information nos impedi de rejectar, *prima facie*, o A o $\neg A$. Le distincte traductiones de le negation se ajusta a iste situation. Del altere latere, situationes ubi A e $\neg A$ ha distincte valores de veritate (o deveni assi, a causa de posterior analyse o information additional) son tractate via altere interpretatione per le negation. On rationa, ergo, simultaneemente con un triple scenario. Iste semantica de “veritate per manco” explica anque le character del negation in C_ω como un operator que forma subcontraris.

Le desiro de Jaśkowski pro un logica de systemas contradictori, ric bastante pro render possibile inferentia practic, e que posederea un justification intuitive, certo depende multo del latere semantic de iste logica. Nostre analyse monstra que le logicas de inconsistentia formal son optime candidatos pro iste position.

4. Logicas discussive e societates semantic

Contra le objectiones de [PR89] on pote argumentar que le perspectiva de Jaśkowski verso le question de inconsistentia es realizabile via systemas logic de tres valores satis simple, via un particularization del semanticas de traductiones possibile le quales nos ha nominate in [CLM98] *societates semantic*.

Il es possibile distinguer inter duo typos de societates: le societates *clause* e le *apertes*, in tal maniera que al societates aperte corresponde logicas paraconsistente de plure valores, e al societates clause corresponde logicas intuitionistic de plure valores.

Defini un *agente* como un par $A_i = (C_i, L_i)$ constituite per un collection C_i de variables propositional in un language formal (intuitivamente interpretate como le collection de propositiones que le agente accepta) e un logica subjacente L_i . Un *societate* S es un collection (enumerabile) de agentes. Nos considera hic solo le caso ubi tote le agentes son se comporta, sub le leges del logica propositional classic. Le idea principal, que reflecte le intuitions de Jaśkowski, es que le rationamento de un collection de agentes classic non es necessarimente classic: un idea revolutionari, que poterea esser applicate per exemplo a theorias de equilibrio de mercato per explicar le rationamento (o manco de illo) del mercato facie al comportamento presidibile de cata agente economic.⁸

Un societate es *aperte* si illo accepta un formula in le caso ubi qualcunque de su agentes lo accepta. In terminos formal, si on denota per S^+ societates aperte, nos defini: le relation de satisfactibilitate inter societates e agentes como:

- 1) $S^+ \models p$ pro p atomic sss il ha un agente par $A_i = (C_i, L_i)$ tal que $p \in C_i$.
- 2) $S^+ \models \neg p$ pro p atomic sss il ha un agente par $A_i = (C_i, L_i)$ tal que $p \in C_i$.
- 3) $S^+ \models A \rightarrow B$ sss $S^+ \not\models A$ o $S^+ \models B$.
- 4) $S^+ \models A \wedge B$ sss $S^+ \models A$ e $S^+ \models B$.
- 5) $S^+ \models A \vee B$ sss $S^+ \models A$ o $S^+ \models B$.
- 6) $S^+ \models \neg A$ sss $S^+ \not\models A$ pro A non-atomic

⁸

Iste idea non ha essite nunquam considerate.

Ergo, ben que le logica interne del agentes es classic, le logica externe del societates aperte supporta inconsistentia sin cader sub trivialization, proque le *ex falso quod libet*, in le forma $(p \wedge \neg p) \rightarrow B$, non es valide. Isto pote esser facilmente viste si il ha agentes A_i e A_j que, respectivamente, accepta e rejecta p . Comocunque, le *ex falso quod libet* in le forma $\perp \rightarrow B$ es hic valide.

Un societate es *clause* (o *claudite*) si illo accepta un formula solmente in le caso ubi tote su agentes lo accepta. In terminos formal, si on denota per S^- un societate clause, le relation de satisfactibilitate inter societates clause e agentes es definite per:

- 1) $S^- \models p$ pro p atomic sss pro tote agentes $A_i = (C_i, L_i)$, $p \in C_i$.
- 2) $S^- \models \neg p$ pro p atomic sss pro tote agentes $A_i = (C_i, L_i)$, $p \notin C_i$.
- 3) $S^- \models A \rightarrow B$ sss $S^- \not\models A$ o $S^- \models B$.
- 4) $S^- \models A \wedge B$ sss $S^- \models A$ e $S^- \models B$.
- 5) $S^- \models A \vee B$ sss $S^- \models A$ o $S^- \models B$.
- 6) $S^- \models \neg A$ sss $S^- \not\models A$ pro A non-atomic.

Un societate es nominate *biassertive* in le caso ubi le valores de veritate de A e de $\neg A$ non son functionalmente dependente. Il es clar que societates monoagente coincide con le logica classic. Un question interessante, pro collectiones finite de agentes, es le sequente: Qual es le effecto del cardinalitate de agentes? On pote provar que, pro ambe societates aperte e clause, on pote considerar solo societates con solmente duo agentes, donando un explication theoric a le ideas de *formation de opiniones* (o de partidos):

Theorema 1: Un formula A es satisfacte per un societate biassertive sss illo es satisfacte per un societate biassertive que contine non plus que duo agentes (representative de duo classes).

Le resultado previe non debe esser viste como limitative. Al contrario, illo monstra que quando agentes possede rationamento classic, nos non necessita plus que un par de representatives de agentes (sub le regulas adoptate). Del altere latere, le theorema anque permette stabilir connexiones inter societates logic e logicas de plure valores, e anque suggere le introduction de hierarchias de societates, como nos va vider subtus.

Intuitivamente, in le particular caso ubi tote le agentes rationa con *CPC*, cata gruppo de agentes pote esser viste como completamente “rational” (i.e., classic). Sed mesmo un gruppo de agentes que rationa in modo classic pote representar rationamento non-standard, dependente del regulas particular que governa su inter-relationamento.

Ab un puncto de vista intuitive, un societate pote esser constituite per un collection de individuos o processatores que comparti un mesme labor. Suppone, per exemplo, que un commitato ha adoptate un *politica aperte* in le senso que illo considera un decision acceptate si al minus un de sus membros vota positivemente, e prende le decision contrari si al minus un de illos da un voto negative. Suppone anque que le opinion del membros son describite per formulas atomic, e le opinions final del societate (hic, commitato) son representate per formulas non-atomic. Sub tal regulas iste societate pote apparer esser inconsistente, ben que cata agente es perfectemente consistente.

Iste inconsistentia, comocunque, expressa exactemente le information que al minus duo membros discorda. Il es clar que le resultado final del commitato debe esser consistente o non-contradictori, sed iste politica da al commitato le opportunitate de esser *temporariamente* inconsistente o contradictori, pro poter rediscuter le thema in manco de unanimitate, sin trivializar le opinion del commitato. Isto explica le idea de societates aperte.

Nunc, si in le exemplo supra, le commitato adopta un *politica clause* quando illo supporta le opinion super prender un certe decision solo si tote le membros vota positivemente, e supporta le decision contrari solo si tote illos da votos negative. Similarmemente, isto explica le idea de societates clause.

Le Theorema 1 anque permette facer connexiones inter societates logic e logicas de plure valores: on pote demonstrar que societates biassertive son essentialmente equivalente a logicas de tres valores, como nos explica.

Le systema de tres valores P^1 esseva introducite in [Set73] pro obtener le plus simple calculo paraconsistente possibile. P^1 es un subsystema del Calculo Propositional Classic (*CPC*) e es maximal in le senso que si on additiona a su axiomas qualcunque tautologia classic que non es un P^1 -tautologia, le systema resultante collapsa verso *CPC*.

P^1 es complete (cf. [Set73]) con respecto al sequente tabulas, ubi $\rightarrow$ e $\neg$ son primitive, e disjunction e conjunction son definite. Le valores de veritate son **T**, **T*** e **F**, del quales **T** e **T*** son distincte. Intuitivamente, **T** e **F** indica veritate e falsitate, dum **T*** pote anque esser viste como “veritate per manco de evidentia in contrario”.

	$\neg$
T	F
T*	T
F	T

$\vee$	T	T*	F
T	T	T	F
T*	T	T	F
F	T	T	T

Le negation primitive de P^1 es paraconsistente (ergo debile con respecto al implication) in le senso que, per exemplo, $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ non es un P^1 -tautologia, como pote esser viste ab le tabulas, si on attribue le valor de veritate **T*** a A e **F** a B .

Del altere latere, le systema I^1 esseva introduce in [SC95] como un contraparte dual de P^1 , con intention de comprender le connexiones inter le paradigmas paraconsistente e intuitioniste (vider [BrCa05] per disvelloppamentos recente). Le systema I^1 es complete con respecto al tabulas, ubi le valores de veritate son **T**, **F*** e **F**, e **T** es le sol valor distincte. Intuitivamente, ancora un vice **T** e **F** indica veritate e falsitate, dum **F*** pote esser viste como “false per manco de evidentia positive”.

	$\neg$
T	F
F*	F
F	T

$\vee$	T	F*	F
T	T	F	F
F*	T	T	T
F	T	T	T

Le systema I^1 non es paraconsistente, sed illo possede un character intuitionistic, in le senso que, per exemplo, $\neg \neg A \rightarrow A$ non es un I^1 -tautologia, como pote esser verificate ab le tabulas subtus, si on attribue le valor de veritate **F*** a A . In ultra, in I^1 tote le axiomas del ben-cognite systema de Heyting pro le logica intuitionistic son valide, e le lege del *tertium non datur* non es valide (in un disjunction definite in I^1).

Theorema 2. Le logica de societates biassertive aperte (respectivamente, clause) es P^1 (respectivamente, I^1).

Resultatos de iste genere da nove signification a certe classes de logicas de plure valores. On demonstra anque in [CLM98] que P^1 e I^1 pote esser traduce intro un fragmento de calculo modal **T**. Ergo, P^1 e I^1 constitue un typo de systema hybride inter systemas plus-que-positive e systemas non-adjunctive, e ipso facto monstra que existe multo plus de possibilitates pro logicas paraconsistente que illos considera in [PR89].

Como un breve comparison con altere labor le qual studia le mesme questiones basic, e ubi notiones plus o minus similar son investigate, nos discute le propositiones in [RM70], [FH88] e [BDP97]. In [FH88], pro proponer un logica ubi le agentes pote haber credentias inconsistente, le idea de “societates de mente” es considerate, assi que cata agente poterea esser viste como un societate. Le approche de iste articulo modal, comocunque, ben que interessante, es formalmente multo plus complicate que le nostre. Un labor independente que contine un approche un pauc simile al nostre es [PfaS96].

Del altere latere, nostre notiones de societate aperte e clause son un pauc similar, respectivamente, al notiones de consequentia existential e universal usate in [RM70]; in iste articulo le autores face referentia a conjunctos maximal consistente, e le relationes de consequentia que illes obtine son multo radical, como jam observa [BDP97]. De su parte, in [BDP97] le autores propone lo que illes appella un relation de inferentia basate super le idea de *consequentia argumentative*, conforme al quales on deriva un conclusion A ab un base de cognoscentia (possibilemente inconsistente) si iste base de cognoscentia contine un argumento que supporta A , sed contine necun argumento que supporta $\neg A$.

Le consequentia argumentative, comocunque, non es ben definite, pois que necun tautologia pote esser un consequentia argumentative de qualcunque collection de premissas, consistente o non, e ergo illo pote esser applicate solo a sententias falsificabile. Nostre approche non contine tal inconvenientias.

Nos crede que le societates semantic son un approche genuin verso nove semantica le qual poterea esser extendite a altere classes de logicas de plure valores, includente infinite valores, e que offerera nove perspectivas pro lor comprehension. Le idea de societates semantic ha essite disveloppate e profundite in [FC03]

5. Applicationes de paraconsistentia in bases de datos e in systemas de cognoscentia

Como commentate in le introduction, le recerca super systemas paraconsistente ha anque interesse in systemas de cognoscentia e in le theoria de base de datos.

Usualmente systemas de base de datos possede un test pro consistentia nominate *coercition de integritate* le qual es responsabile pro le consistentia de nova datos introducite o retirate ab le base. Comocunque, in technologia moderne de rete de computadores, le information non es plus physicamente immagazinate in un sito de labor, sed pote esser accessate ab alicubi. Le assi-nominate *data-warehouses* (*magazines de datos*) son grande quantitates de datos proviste per diverse bases de datos local, immagazinate in differente sitios. Cata base de datos local ha su coercition de integritate interne, le qual pote esser mutualmente contradictori e generar datos inconsistente. Un altere situation quando datos inconsistente ha opportunitate de apparer in bases de datos es quando on permette que le coercitiones de integritate sia alterate al longo del tempore. In iste senso, le recerca super systemas cognoscente son multo proxime al intuitiones basic de S. Jaśkowski in su projecto pro un logica discussive, como explicate antea (cf. [Jas48]).

Nos appella *evolutionarie* tal bases de datos ubi non solo datos, sed anque le coercitiones de integritate, pote esser modificate. Si nos admitte que le coercitiones de integritate pote alterar se al longo del tempore, nos non pote garantir que nove coercitiones sia consistente con le jam existentes. Assi, ancora un vice nos debe preparar nos pro le possibilitate de inconsistentia.

Inconsistentia ha jam essite tractate in theoria de bases de datos per diverse autores qui recognosce que grande bases de datos quasi certemente continera information inconsistente (vider, p.ex., [GH92] e [CLM92]). Alicun structuras logic ha essite proponite pro ratiunar in presentia de datos inconsistente: logicas de plure valores in [Bel77] e [Gi88], logicas annotate in [KL92], [Fa96] e [Fi91], logicas paraconsistente in [GGYY95], [CFLM91] e [CLM92], o in terminos purmente syntactic como in [BDP97] e [RM70]. Tote iste tentativas attacca le problema de inconsistentia in grande quantitate de datos o in multi-systemas, sed non provide un approche semantic pro le processo de alteration de information.

On discute un approche de iste typo in [CMA00], ubi un modello de base de datos que contine un semantica paraconsistente es introducite. In iste maniera, como nos argumenta, il es possibile offerer un vision alternative verso le question de consistentia in bases de datos evolutionari.

6. Signification: altere labor recente, e verso labor futur

Le logicas del inconsistentia formal (**LFIs**), que formaliza un notion ver general de systemas paraconsistente, sembla interessar a plure recercatores, e ha etiam meritate un capitulo in un libro recente (cf. [Br05]), e motivate diverse applications a bases de datos e representation del cognoscentia, como se evidentia in [Ari03] e [AvLe05]. Dal latere semantic, le semantica de traductiones possibile non solo adjuta a comprehender le assumptiones basic del systemas paraconsistente e discussive, sed anque suggere que structuras semantic ab traductiones possibile son bastante flexible. On pote construer, per medio de illos, systemas logic que satisfac diverse exigentias, al mesme tempore que provide pro tote iste systemas un interpretation semantic intuitivamente clar e philosophicamente acceptabile. Per exemplo, concernente le objection de Curry, il es possibile definir nove formas de implication, que como nos nota in le caso de Lukasiewicz, escappa al objection de Curry⁹. Assi un melior argumentation esserea necessarie pro supportar le affirmation in [PR89] que logicas relevante son le plus satisfactorie pro tractar inconsistentia.

⁹

On pote observar que, si on scribe le valor intermedie como **U** in loco de **F***, le negation $\neg_F$ de **D3** coincide con le

Per comprender le amplitude de scopo de le semantica de traducciones possibile, conferer [CC05]; casos particular de iste semantica con proprietates combinatori interessante, le nominate “semantics non-determinista”, ha essite extensivamente studiate per A. Avron in plure articulos (cf. [AvLe05], [Av05] e [AvKo05]).

Le societates semantic, subcaso special de le semantica de traducciones possibile, sembla posseder un interesse multe plus ample que on poterea imaginar: le intuition ab le societates semantic ha inspirate labor su nove interpretationes pro logicas quantic, come in [MS04]. Le semantics de traducciones possibile pote anque adjutar in le comprehension del systemas paraconsistente in contrasto con le logicas de plure valores, assi como contribuir pro clarificar le question del dualitate inter le paradigmas paraconsistente e intuitionistic. In summa, le resultatos e ideas supra monstra anque que le semantics de traducciones possibile son potente. Le notion de semantica de traducciones possibile pote esser definite in un modo multo plus general (in particular, verso le generalization de structuras de Kripke per medio de structura de fascies). Un investigation plus profunde super iste ideas, in particular lor relation con le theoria de topos debe ancora esser facite.

7. Bibliographia

- [Ari03]—Arieli, O. Reasoning with different levels of uncertainty. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 13(3/4):317–343, 2003.
- [AvLe05]—Arnon, A, e Lev, I. . Non-deterministic multiple-valued structures. *Journal of Logic and Computation*, Vol. 15(3):241-261, 2005.
- [Av05]—Avron, A. A Nondeterministic View on Nonclassical Negations. *Studia Logica* 80: 159-194 (2005).
- [AvKo05]—Avron, A. e Konikowska, B. Multi-valued Calculi for Logics Based on Non-determinism. *Logic Journal of the IJPL* 13: 365-387, (2005).
- [Baa86] — Baaz, M. Kripke Type semantics for da Costa’s paraconsistent logics C_ω , *Notre Dame Journal of Formal Logics* 27(4), (1996), 523–52.
- [BDP97] — Benferhat, S.; Dubois D. e Prade, H. Some syntactic approaches to the handling of inconsistent knowledge bases: a comparative study (Part I: The flat case), *Studia Logica* 58 (1997), 7–45.
- [Bel77] — Belnap, N. D. A useful four-valued logics, in *Modern Uses of Multiple-Valued Logics*, J. M. Dunn e G. Epstein (eds.), D. Reidel Publishing Co. (1997)
- [Bo96] — Bobenrieth, A. “Inconsistencias — ¿por qué no?”, *Colcultura* (Colombia), 1996.
- [Br05] — Bremer, M. .An Introduction to Paraconsistent Logics. Peter Lang, New York, NY, 2005.
- [BrCa05] — Brunner, A. e Carnielli, W. A. Anti-intuitionism and paraconsistency. *Journal of Applied Logic*, Volume 3(1): ,161-184, 2005.
- [Car87] — Carnielli, W. A. Systematization of finite many-valued logics through the method of tableaux, *The Journal of Symbolic Logic* 52(2)
- [Car98] — Carnielli, W. A. Calea logica catre inconsistentia, *KRISIS-Revista de Filosofie*, n. 7 pp. 12-31 (1998).
- [Car90] — Carnielli, W. A. Many-valued logics and plausible reasoning, in *Proceedings of the XX International Congress on Many-Valued Logics*, held at the University of Charlotte / NC, USA, 1990, 328–335, IEEE Computer Soc. Press, California, 1990.
- [Car91] — Carnielli, W. A. On sequents and tableaux for many-valued logics, *The Journal of Non-Classical Logics* 8(1), (1987), 59–75¹⁰.

negation de Lukasiewicz. Considerate que le implication de Lukasiewicz pote esser definite como on monstra supra, on pote definir intro **D3** le systema complete de Lukasiewicz.

¹⁰ Le revista brasilian *The Journal of Non-Classical Logics* ha essite fusionate con le publication francese *Journal of Applied Non-Classical Logics*. Un version electronic de iste articulo es disponibile in <http://www.unicamp.br/clehc/carniell.htm>.

- [Car00] — Carnielli, W. A. Possible-translations semantics for paraconsistent logics. In: D. Batens, C. Mortensen, G. Priest, e J.-P. van Bendegem, editores, “Frontiers in Paraconsistent Logic: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency”, Ghent, 1998, .149–163. Baldock: Research Studies Press, King’s College Publications, 2000.
- [CC05] — Carnielli, W. A. e Coniglio, M. E. . Splitting Logics. In *We Will Show Them: Essays in Honour of Dov Gabbay*, Vol 1 (S. Artemov, H. Barringer, A. S. d’Avila Garcez, L. C. Lamb, and J. Woods, eds.), pp. 389-414, King’s College Publications, 2005.
- [CCM06] —Carnielli, W. A.. e Coniglio, M. E. e Marcos, J Logics of Formal Inconsistency Handbook of Philosophical Logic (editores D.Gabbay and F. Guenther). Kluwer Academic Publishers, The Netherlands. Pre-stampa disponibile al servitore CLC (Center for Logic and Computation), Instituto Superior Técnico, Lisboa, al:
URL = <http://www.cs.math.ist.utl.pt/ftp/pub/MarcosJ/03-CCM-lfi.pdf>
- [CCCM03a] —Caleiro, C., Carnielli, W. A., Coniglio, M. E e Marcos. J. Dyadic semantics for many-valued logics. Research report, CLC, Department of Mathematics, Instituto Superior Técnico, 1049-001 Lisboa, Portugal, 2003. Presentato al III World Congress on Paraconsistency, Toulouse, Francia , Julio 28-31, 2003. Pre-stampa disponibile: [03-CCCM-dyadic2.ps](#) [03-CCCM-dyadic2.pdf](#)
- [CCCM03b] — Caleiro, C., Carnielli, W. A., M. E. Coniglio, M. e Marcos., J. Suszko's Thesis and dyadic semantics. Research report, CLC, Department of Mathematics, Instituto Superior Técnico, 1049-001 Lisboa, Portugal, 2003. . Presentato al III World Congress on Paraconsistency, Toulouse, Francia , Julio 28-31, 2003. Pre-stampa disponibile [03-CCCM-dyadic1.ps](#) [03-CCCM-dyadic1.pdf](#)
- [CDM94] — Cignoli, R. L. O.; D’Ottaviano, I. M. L. & Mundici, D. “Álgebras das Lógicas de Lucasiewicz”, v. 12 Coleção CLE, Campinas, 1994.
- [CFLM91] — Carnielli, W. A.; Fariñas del Cerro, L. e Lima-Marques, M. Contextual negations and reasoning with contradictions, in Proc. of the 12th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (1991), pp. 532–537, Morgan Kaufman, Sydney, Australia.
- [CLM92] — Carnielli, W. A. e Lima-Marques, M. Reasoning under inconsistent knowledge, *Journal of Applied Non-Classical Logics*, v. 2, n. 1, pp 49–79 (1992).
- [CLM98] — Carnielli, W. A. e Lima-Marques, M. Society semantics and multiple-valued logics. in W. A. Carnielli e I. M. L. D’Ottaviano, eds., *Advances in Contemporary Logic and Computer Science, Proceedings of the XII Brazilian Logic Meeting*, American Mathematical Society, series *Contemporary Mathematics*, vol. 235, pp. 33–52.
- [CM99] —Carnielli, W. A. E J. Marcos, J. . Limits for paraconsistency calculi. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40(3), 375–390, 1999.
- [CMA00] — Carnielli, W. A., Marcos, J. e de Amo, S. Formal inconsistency and evolutionary databases. *Logic and Logical Philosophy* (Proceedings of the Jaśkowski’s Memorial Symposium), vol. 8, 115–152. 2000.
- [CM02] —Carnielli, W. A e Marcos, J.. A taxonomy of C-systems. In *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of WCP’2000* (editores W.A. Carnielli, M. E. Coniglio e I. M. L. D’Ottaviano) Marcel Dekker, New York, 1–94, 2002. Pre-stampa disponibile al CLE e-Prints, vol, 1(5), 2001:
URL =http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract_5.htm
- [CM01] —Carnielli, W. A e Marcos, J. Ex contradictione non sequitur quodlibet. *Bulletin of Advanced Reasoning and Knowledge* 1(2001), 89–109 (*Proceedings of the Advanced Reasoning Forum Conference*, Bucarest, Romania, Julio del 2000). New Europe College of Bucharest (Editor: Richard L. Epstein).
- [Cod70] — Codd, E. F. A relation model of data for large shared data banks, *Communications of the ACM*, v. 13(6), pp. 377–387 (1970).
- [Cur42] — Curry, H. The inconsistency of certain formal logics, *The Journal of Symbolic Logic*, n. 7, pp. 115–117 (1942).
- [dC74] — da Costa, N. C. A. On the theory of inconsistent formal systems, *Notre Dame Journal of Formal Logics*, v. 11, pp. 497–510 (1974).

- [dCA76] — da Costa, N. C. A. e Alves, E. H. A semantical analysis of the calculi C_n , *Notre Dame Journal of Formal Logics* (1977) vol. XVI, n. 4, 621–630.
- [dCBB95] — da Costa, N. C. A.; Beziau, J.-Y. e Bueno, O. Aspects of paraconsistent logics, *Bulletin of the IGLP*, v. 3, n. 4, v. 18, pp. 597–614 (1995).
- [EpC88] — Epstein, R. L. e Carnielli, W. A. “Computability: Recursive Functions, Logics and the Foundations of Mathematics”, Wadsworth/Brooks-Cole, USA, 1988.
- [Eps90] — Epstein, R. L. “The Semantic Foundations of Logics. Vol. I: Propositional Logics”. Kluwer Academic Publishers (Nijhoff International Philosophy Series, v. 35) Dordrecht, The Netherlands, 1990.
- [Fa96] — Faguin, R Combining fuzzy information from multiple systems, *in* CM SIGACT-SIGMOD-SIGAR Symposium on Principles of Database Systems (1996).
- [FC03] — Fernández, V. L. e Coniglio, M. E. . Combining Valuations with Society Semantics. *Journal of Applied Non-Classical Logics* vol. 13 n. 1, 21-46 2003.
- [Fi91] — Fitting, M. Bilattices and the semantics of logic programming, *Journal of Logic Programming*, v. 11 (1991).
- [FH88] — Faguin, R. e Halpern, J. Y. Belief, awareness and limited reasoning, *Artificial Intelligence* 34 (1988), 39–76.
- [GGYY95] — Goebel, R.; Ghosh, S.; You, J. H. e Yuan, L. An introspective framework for paraconsistent logic programs, *in* Proc. of the International Symposium on Logic Programming, pp. 384–396 (1995).
- [GH92] — Gabbay, D. e Hunter, A. — Making inconsistency respectable (manuscripto) (1992).
- [Gi88] — Ginsberg, M. L. Multivalued Logics: a uniform approach to reasoning in artificial intelligence, *Computational Intelligence* 4, 1988.
- [Gr98] — Granger, G.-G. “L’irrationnel”. Editions Odile Jacob, Paris 1998.
- [Heg12] — Hegel, G. “Wissenschaft der Logik” Hegel, Nürnberg: Schrag, (3 vols) 1812, 1813, 1816.
- [KL92] — Kifer, M. e Lozinski, E. L. A logics for reasoning with inconsistency, *Journal of Automated Reasoning*, v. 9, pp. 179–215 (1992).
- [Jas48] — Jaskowski, S. Rachunek zdan’ dla systemów dedukcyjnych sprzecznych, *Studia Soc. Scient. Torunensis*, Sec. A 1, n. 5, pp. 55–77 (English translation in *Studia Logica*, 1968, pp. 143–157).
- [Luk53] — Lukasiewicz, J. A system of modal logics, *in* Jan Lukasiewicz’s Selected Works, ed. L. Borkowski, North-Holland and PWN, Varsovia, 1970.
- [Mar99] — J. Marcos. *Semânticas de Traduções Possíveis*. These de Magistro, Unicamp, Brasil, xxviii + 240p, 1999. Disponível al:
URL = <ftp://www.cle.unicamp.br/pub/thesis/J.Marcos/>
- [MS04] — Mateus, P. e Sernadas, A. Exogenous quantum logic. In W.A. Carnielli, F.M. Dionísio, e P. Mateus, eds, *Proceedings of CombLog’04, Workshop on Combination of Logics: Theory and Applications*, pages 141-149, Instituto Superior Técnico. Lisboa, Portugal.
- [PfaS96] — Pfalzgraf, J.; Sofronie, V. e Stokkermans, K. On a semantics for cooperative agents scenarios, *in* Proceedings of the 13th European Meeting on Cybernetics and System Research, Ed. R. Trappl, Austrian Society for Cybernetic Studies, 1996.
- [Pr87] — Priest, G. “In Contradiction — A Study of the Transconsistent”, Kluwer Academic Publishers (Nijhoff International Philosophy Series, v. 39) Dordrecht, Pais Basse, 1987.
- [PR89] — Priest, G. e Routley, R. Systems of paraconsistent logics, *in* “Paraconsistent Logics — Essays on the Inconsistent”, G. Priest, R. Routley e J. Norman (editores), Philosophia Verlag, München, 1989.
- [PRN89] — Priest, G.; Routley, R. e Norman, J. (editores) — “Paraconsistent Logics — Essays on the Inconsistent”, Philosophia Verlag, München, 1989.
- [RM70] — Rescher, N. e Manor, R. On inference from inconsistent premises, *Theory and Decision* 1 (1970), pp. 179–219.
- [Set73] — Sette, A. M. On the propositional calculus P_1 , *Mathematica Japonicae*, v. 18, n. 13, pp. 173–180 (1973).

[Sca95] — Sette, A. M. A. & Carnielli, W. A. Maximal weakly-intuitionistic logics, *Studia Logica* (1995), vol. 5, 181–203.

[Sla06] Slater, H. . Dialetheias are mental confusions. In *Paraconsistency with no Frontiers* , Jean-Yves Beziau e W.A. Carnielli, eds., *Studies in Logic and Practical Reasoning* , Elsevier/North-Holland, 2006. (A apparer).