O ARGUMENTO DA INDISPENSABILIDADE DA MATEMÁTICA COMO POSSÍVEL SAÍDA AO PROBLEMA DE ESTABELECER UMA TEORIA DA VERDADE EM MATEMÁTICA

THE ARGUMENT OF INDISPENSABILITY OF MATHEMATICS AS A POSSIBLE SOLUTION TO THE PROBLEM OF ESTABLISHING A THEORY OF TRUTH IN MATHEMATICS

Ísis Esteves Ruffo[1]

Resumo: Uma teoria da verdade em matemática deveria sustentar ao menos dois pontos importantes, primeiro a possibilidade de conhecimento matemático, haja vista as frutíferas e variadas aplicações desse próprio conhecimento. E, segundo, essa teoria da verdade deve manter uma homogeneidade conceitual acerca do que é a verdade com outras áreas não-matemáticas para que seja possível um diálogo entre elas. Entretanto, apesar da razoabilidade desses pontos importantes, eles nos levam a um dilema, pois não parece possível manter os dois ao mesmo tempo, como nos mostra Paul Benacerraf. As teorias que se ocupam em manter uma epistemologia razoável assumem que, diferente de áreas não-matemáticas, o conhecimento matemático é produzido por sua derivabilidade formal de suas sentenças a partir de um dado conjunto de axiomas. Entretanto, encontra a dificuldade de justificar a verdade dos próprios axiomas envolvidos. Por outro lado, para as teorias que se ocupam em manter uma homogeneidade semântica temos a dificuldade de entender qual a relação causal que as entidades matemáticas podem manter com nossas outras crenças, tornando problemática a noção de crença justificada em matemática e, portanto, de conhecimento matemático. Como uma possível solução para tal dilema apresentaremos neste texto a proposta de Quine acerca do conhecimento matemático que propõe uma justificação pragmática deste tipo de conhecimento que não seria distinta da justificação de qualquer outro conhecimento não-matemático. Assim, Quine formula uma teoria semântica única entre as diferentes áreas de conhecimento, mas, ao mesmo tempo, garante, pela sustentação mútua entre os tipos de conhecimento, a razoabilidade epistemológica.

Palavras-Chave: Benacerraf, epistemologia, filosofia da matemática.

Abstract: A theory of truth in mathematics should support at least two important points. The first one is the possibility of mathematical knowledge, given the fruitful and varied applications of this kind of knowledge. The second is the requirement that the theory itself must maintain a conceptual homogeneity about what truth is in other non-mathematical areas, making it possible to have dialogue between them. However, despite the reasonableness of these important points, they lead us to a dilemma, once, as Paul Benacerraf has argued, it does not seem possible to keep both at the same time. Theories concerned with the preservation of a reasonable epistemology assume that, unlike non-mathematical areas, mathematical knowledge is produced by formal derivability of sentences from a given set of axioms. However, these theories face the challenge of justifying the truth of the axioms themselves. On the other hand, it is not clear that theories committed to semantic homogeneity can explain the causal relation that holds between mathematical entities and our other beliefs, which makes the notion of justified mathematical belief (and also the notion of mathematical knowledge) rather problematic. In this article, I argue that Quine's approach to mathematical knowledge can be seen as a solution to the dilemma. He offers a pragmatic justification of mathematical knowledge that is not different from the justification of any kind of non-mathematical knowledge. Thus, Quine presents a

[1] Universidade Federal de Minas Gerais. E-mail: isis_ruffo@hotmail.com

unique semantic theory encompassing different areas and also ensures, by the mutual support of the kinds of knowledge, epistemological reasonableness.

Keywords: Benacerraf, epistemology, philosophy of mathematics.

Introdução

É possível formular uma teoria da verdade em matemática que esteja de acordo com o uso do conceito de verdade em outros contextos? Paul Benacerraf indica que sim, mas com um alto preço a ser pago, a saber, a impossibilidade de se defender o conhecimento matemático. Por outro lado, para mantermos o conhecimento em matemática precisamos sacrificar a relação do conceito de verdade em matemática com o uso do conceito em outras áreas (BENACERRAF, 1973, p. 663), o que também não é algo a ser desconsiderado.

Os dois pontos, uma teoria semântica homogênea, ou seja, aplicável tanto a contextos matemáticos como não-matemáticos e a possibilidade de conhecimento matemático, são pontos fundamentais em uma teoria da verdade em matemática. O primeiro ponto porque nos permite relacionar a matemática com áreas não-matemáticas e, assim, saber que verdade em matemática não é algo distinto de verdade em outros contextos (BENACERRAF, 1973, p. 662).

O segundo ponto é relevante porque, em geral, assumimos a possibilidade do conhecimento matemático, afinal existem muitas aplicações da matemática em nosso cotidiano (BENACERRAF, 1973, p. 667). Entretanto, ao construir uma teoria semântica homogênea nos deparamos com a dificuldade de estabelecer o papel que as entidades abstratas da matemática desempenham na relação causal com o nosso conhecimento (BENACERRAF, 1973, p. 673). Por outro lado, teorias que buscam justificar o conhecimento matemático apelando a sua derivabilidade de um conjunto de axiomas que são verdadeiros têm a dificuldade de explicar o porquê de tais axiomas serem verdadeiros (BENACERRAF, 1973, p. 677).

Uma explicação comum para a verdade dos axiomas repousa na distinção entre sentenças analíticas e sintéticas, sendo que as sentenças analíticas são verdadeiras em função do significado dos termos que estão contidos em tais sentenças, enquanto que as sentenças sintéticas envolveriam também uma correlação com o estado de coisas do mundo. Todavia, a distinção entre analítico e sintético é duramente criticada por Willard

Van Orman Quine que afirma que tal distinção é apenas um dogma mal fundamentado e que não deve continuar a ser sustentado (QUINE, 1975a, p. 237).

Em oposição à ideia de que o discurso matemático é essencialmente diferente do discurso fatual, Quine formula uma definição para o primeiro de modo a mostrar que não há uma distinção de tipos entre os discursos e que ambos são fundamentados da mesma forma. A posição central de Quine repousa no argumento que ficou conhecido como *Argumento da Indispensabilidade da Matemática* e que neste texto é desenvolvido com o apoio do texto de Michael Resnik (2005). Segundo Quine, o uso da matemática torna as ciências naturais, como a física ou a química, mais fortes aumentando seu poder de previsão e explicação (Cf. QUINE, 1975c, p. 181).

Segundo o Argumento da Indispensabilidade da Matemática, as ciências teóricas, ao formularem suas leis, assumem a verdade de alguns enunciados matemáticos. Tais enunciados são parte essencial do desenvolvimento do corpo da ciência. Caso eles sejam falseados, perderíamos a justificação de muitas conclusões de teorias científicas das quais não estamos dispostos a abrir mão. Assim, a aceitação dos enunciados matemáticos se torna parte essencial da aceitação do corpo de enunciados que compõe as teorias das áreas científicas (Cf. RESNIK, 2005, p. 124).

Quine pode concluir então que as ciências teóricas e matemáticas são mais similares do que pode parecer em princípio. Ambas são construções humanas arranjadas de modo a se autossustentarem. Assim, se o conhecimento é possível para uma, também o será para a outra. Desse modo, a posição quineana pode oferecer uma saída ao dilema de Benacerraf, ao postular uma teoria da verdade em matemática que é semanticamente homogênea, mas que também oferece uma explicação razoável para a possibilidade do conhecimento na área. A seguir, neste texto desenvolveremos essas questões.

I. O dilema de Benacerraf

Duas preocupações têm guiado a construção de uma teoria da verdade em matemática, segundo Paul Benacerraf:

> 1. A teoria da verdade em questão deve estar de acordo com uma teoria semântica homogênea com outras áreas do conhecimento.
> 2. Uma teoria da verdade para matemática, aceitável, deve se comprometer com uma epistemologia razoável. (1973, p. 661)

Entretanto, a conciliação de ambas as preocupações têm se mostrado um desafio na formulação de uma teoria. Para Benacerraf, ao investigar as posições disponíveis nos deparamos com dois tipos de teorias, basicamente: (i) as que se ocupam do primeiro critério e, portanto, buscam uma teoria semântica homogênea, como é o caso da teoria de números de Platão, ou de Kurt Gödel. Ou, (ii) as teorias que, por outro lado, se ocupam em defender uma epistemologia razoável da matemática, como é o caso das teorias matemáticas que adotam o sistema ZFC[2], ou aquelas que adotam os axiomas de Peano como analíticos, por exemplo. Mas nenhum dos dois tipos de teoria pode dar conta, ao mesmo tempo, das duas questões. Isso levanta uma dificuldade para os filósofos da matemática, pois as duas preocupações na construção de uma teoria da verdade são justificadas e deveria, portanto, ser possível conciliá-las. (BENACERRAF, 1973, p. 661).

Os dois grupos de teoria (i) e (ii) recebem a denominação respectivamente de: *teorias padrão* e as *teorias combinatoriais* (Cf. BENACERRAF, 1973, p. 664-5). As teorias padrão da verdade matemática recebem essa denominação porque usam uma teoria da verdade padrão de referência em que os números são entendidos como nomes de coisas (BENACERRAF, 1973, p. 664) e a análise da verdade de um enunciado matemático deve ser determinado da mesma forma como a verdade de qualquer outro enunciado não-matemático é determinado (BENACERRAF, 1973, p. 669). Já as teorias combinatoriais recebem esse nome porque os valores de verdade das sentenças da aritmética são dados com base em certos fatos sintáticos sobre elas. Ou seja, elas são analisadas caso por caso com base em um critério previamente estabelecido que não envolve referência ou denotação, mas sim a derivabilidade formal de um certo grupo de axiomas (BENACERRAF, 1973, p. 665).

II. Teorias Padrão:

As teorias padrão sustentam que as proposições matemáticas são similares à proposições empíricas: contêm predicados, quantificadores, termos singulares etc. (BENACERRAF, 1973, p. 668). Ou seja, gramaticalmente, disciplinas empíricas e matemáticas não são distintas. As proposições matemáticas e não-matemáticas utilizam

[2] Axiomas de Ernst Zermelo e Abraham Fraenkel e o axioma da escolha (*choice*).

as mesmas regras de inferência e de uso de quantificadores. Isso é uma grande vantagem para a teoria, pois elimina a necessidade de um padrão duplo para estabelecer o que é uma proposição verdadeira (BENACERRAF, 1973, p. 670).

Entretanto, é preciso pontuar uma diferença fundamental que parece se impor entre as disciplinas empíricas e a matemática. As entidades relevantes para a construção do discurso matemático são distintas daquelas relevantes para a construção do discurso empírico. As entidades matemáticas são abstratas, ou seja, elas não estão localizadas no espaço e no tempo, como as entidades do mundo físico estão. Assim, para as posições padrão, o que torna a sentença ‘2 + 2 = 4’ verdadeira é a natureza das entidades abstratas 2, 4 e a operação de soma. Todavia, tal formulação é incompatível com a teoria causal do conhecimento humano.

Em linhas gerais, a teoria causal do conhecimento humano repousa sobre a ideia de que para que possamos dizer que um indivíduo x conhece alguma coisa P, x deve ter uma crença verdadeira e justificada sobre P. Ou seja, o mundo tem que ser de tal forma que as condições de verdade de P estejam disponíveis, ou seja, P deve ser verdadeiro. Além disso, P deve aparecer de forma apropriada na explicação causal da crença de x. O que quer dizer, que para que x tenha conhecimento de P, deve ser possível estabelecer uma ligação entre as condições que tornam P verdadeiro e os motivos pelos quais dizemos que P é conhecido. (Cf. BENACERRAF, 1973, p. 671-3). Ou seja, não basta que a crença esteja correta, ela deve ter sido apropriadamente causada, devemos ser capazes de indicar que o sujeito estava de posse das evidências relevantes.

No caso das entidades abstratas que, portanto, não habitam o mundo físico, encontramos uma dificuldade com tal teoria do conhecimento: Que tipo de relação causal as entidades abstratas poderiam estabelecer com as crenças, uma vez que as crenças fazem parte do nosso mundo espaço-temporal e as entidades abstratas não? Se não é possível estabelecer tal relação entre as condições que tornam P verdadeiro e as estruturas em que P pode ser conhecido, não é possível dizer que x tenha uma crença justificada que P, logo não é possível dizer que tenha conhecimento de P (BENACERRAF, 1973, p. 673).

Assim, assumindo que as entidades matemáticas tenham a natureza que costumeiramente pensamos que elas têm, temos dificuldade em explicar como o conhecimento matemático é possível. Tal argumento é suficiente para tornar as teorias padrão da verdade matemática pouco prováveis, pois elas não fornecem uma epistemologia aceitável (MADDY, 2003, p. 37) e parece bastante razoável dizer que existe conhecimento matemático e que ele não é “[...] menos conhecimento, por ser matemático” (BENACERRAF, 1973, p. 667). Então, é preciso que exista uma epistemologia que indique de que modo podemos ter adquirido tal conhecimento.

III. Teorias combinatoriais

A segunda posição, denominada combinatorial parece oferecer uma boa explicação para a possibilidade do conhecimento matemático, mas, para isso, abre mão de estabelecer um paralelo semântico entre a matemática e outras áreas. Nesse tipo de teoria as condições de verdade das sentenças da aritmética são dadas a partir das provas. Enquanto que o conhecimento científico é produzido a partir da investigação empírica sobre fatos do mundo, o conhecimento matemático é produzido pela derivabilidade formal das sentenças de um dado conjunto de axiomas. Assim, o conhecimento é possível porque as condições de verdade das proposições matemáticas são baseadas nos processos usados para justificar reivindicações matemáticas (BENACERRAF, 1973, p. 668). Ou seja, a verdade de uma afirmação reside não em algo externo, mas nos próprios postulados da teoria. Uma vez que os postulados, ou axiomas, são verdadeiros, a verdade das proposições inferidas corretamente deles também será garantida.

A questão que surge, entretanto, é: por que os axiomas assumidos pela teoria são verdadeiros? Uma possível resposta é apelar a autoevidência de tais pressupostos, ou seja, alegar que eles são triviais, ou obviamente verdadeiros para qualquer um. Infelizmente, a noção de autoevidência não é muito explicativa, afinal, o que se pode dizer que é obviamente verdadeiro?

Buscando uma definição mais precisa de quais verdades são óbvias o que comumente se pode alegar é que algumas sentenças são autoevidentes porque são analíticas, ou seja, verdadeiras em virtude do significado dos termos empregados e, nesse caso, se enquadrariam as proposições dos axiomas matemáticos. Tais posições são inconsistentes com o primeiro critério para elaboração de uma teoria da verdade (BENACERRAF, 1973, p. 666), ou seja, com a ideia de que deve haver uma teoria geral da verdade aplicável a qualquer área do conhecimento, mas atendem bem ao segundo, pois permitem a defesa do conhecimento matemático.

Tal formulação adotada pelas teorias combinatoriais repousa sobre a ideia de que existe uma distinção entre sentenças analíticas e sintéticas. A distinção que parece ser endossada por Benacerraf é aquela proposta por Rudolf Carnap e que pode ser encontrada em sua obra *Meaning and Necessity* (1947). Segundo Carnap, a verdade de uma sentença é dita analítica se, e somente se, ela pode ser estabelecida com base unicamente em suas regras semânticas, sem referência a qualquer fato extralinguístico (CARNAP, 1948, p. 01)[3]. Por outro lado, caso a verdade de uma sentença dependa de investigação empírica, essa sentença é sintética. Isso levaria a uma formulação diferente do critério de verdade das sentenças matemáticas e não-matemáticas conforme notado por Benacerraf.

Questões sobre as coisas do mundo físico, ou seja, aquelas que estão localizadas no espaço e no tempo devem ser respondidas recorrendo a investigação empírica. Já as questões sobre entidades abstratas, tais como as levantadas pela matemática pertencem ao campo não fatual e devem ser respondidas recorrendo apenas a regras lógicas (Cf. CARNAP, 1983, p. 242-4). Isso quer dizer que declarações como ‘cinco é um número’ não precisam supor a existência de números para serem verdadeiras, nem qualquer sentença matemática precisa recorrer a uma noção de referência a entidades abstratas para serem verdadeiras.

Verdades matemáticas, segundo Carnap (1983), são adotadas por razões pragmáticas. Elas fazem parte de uma estrutura de linguagem, ou seja, de um conjunto de regras para o uso de certo tipo de discurso (CARNAP, 1983, p. 242). Para as teorias da matemática, tal estrutura incluí declarações tais como ‘7+5 = 12’, ‘cinco é um número primo’, ‘existe um número maior que 3 e menor que 5’ etc. Dessas declarações podemos derivar como uma consequência trivial a declaração ‘existem números’, pois isso está pressuposto em cada uma delas, caso sejam verdadeiras. (CARNAP, 1983, p. 245).

Saber se, de fato, existem números “lá fora, no mundo” não é uma questão genuína para Carnap (Cf. CARNAP, 1983, p. 245). A existência ou não de números depende da adoção ou não de uma certa forma linguística em que uma declaração como “existem números” esteja incluída (Cf. MADDY, 2002, p. 95-6). A adoção de um certo arcabouço linguístico não se dá como um resultado da verificação de haver ou não certas entidades no mundo, ela se dá como resultado de observações pragmáticas. Ou seja, adotar ou não uma estrutura linguística depende da eficiência de tal estrutura como instrumento para produzir algum resultado desejado. Não há uma ligação entre a

[3] A definição oferecida por Carnap é de que uma sentença é analiticamente verdadeira se ela é verdadeira em qualquer estado-de-definição (state-definition) (CARNAP, 1948, p. 10). Um estado-de-definição pode ser entendido como um estado de coisas possível. Ou seja, uma classe de sentenças que contém para cada sentença atômica ou a própria sentença ou sua negação, mas não ambas (CARNAP, 1948, p. 09).

ontologia, no sentido metafísico, e a linguagem. Seguindo disso, então, aceitar uma forma de linguagem não implica aceitação da existência de qualquer entidade nomeada na linguagem[4].

IV. Crítica à distinção entre sentenças analíticas e sintéticas

A distinção entre sentenças analíticas e sintéticas sobre a qual repousa a interpretação de Carnap, entretanto, não é totalmente livre de controvérsias. Quine aponta, especialmente no artigo *Dois dogmas do Empirismo* (1953), algumas dificuldades na distinção proposta, principalmente, porque não é clara a definição para os juízos analíticos.

Segundo Quine, há duas classes de sentenças que são assumidas como analíticas:

> 1. Aquelas que são logicamente verdadeiras, ou seja, são verdadeiras em virtude das partículas lógicas contidas no enunciado. Por exemplo, "Nenhum homem não casado é casado". Em que sabemos que é verdadeira, qualquer que seja o significado de 'não casado' e 'não se casou', pois concluímos sua verdade pela simples identidade entre os termos.
>
> 2. Aquelas que são verdadeiras porque podem ser transformadas em sentenças logicamente verdadeiras. Por exemplo, "Nenhum solteiro é casado", em que podemos substituir 'solteiro' por 'homem não casado'. (QUINE, 1975a, p. 238-9). Mas não é uma tarefa simples dizer porque podemos fazer a substituição sugerida. Em geral, recorremos a noção de sinonímia para explicar a viabilidade da substituição, entretanto, como Quine apresenta, sempre que procuramos explicar a noção de sinonímia recorremos ou a analiticidade ou a própria noção que precisa ser explicada – sinonímia. Em geral, ao apresentar sinônimos ou fazer definições de um termo recorremos ao uso de outros termos, ou seja, usamos sinônimos preexistentes (Cf. QUINE, 1975a, p. 240-1).

[4] Esta teoria não deve ser tomada como a mesma assumida por Quine. Carnap não está disposto a assumir compromissos ontológicos por meio da adoção de uma determinada linguagem. Já para Quine, o que existe, ou seja, nossos compromissos ontológicos, dependem de todo um esquema conceitual com o qual nos comprometemos e que faz reivindicações ontológicas.

No caso de se recorrer à noção de permutabilidade para explicar a sinonímia[5] também encontramos um problema, pois a permutabilidade é entendida como coincidência extensional (QUINE, 1975a, p. 244), o que não assegura que os termos permutáveis tenham, de fato, o mesmo significado. Pode ser o caso que se refiram ao mesmo objeto, contudo tenham significados distintos como no caso de 'criatura com rins' e 'criaturas com coração' (QUINE, 1975a, p. 244). Assim, a noção de permutabilidade não é suficiente para fundamentar a analiticidade.

Uma vez que qualquer esforço na direção de elucidar a diferença entre sentenças sintéticas e analíticas com base em noções de sinonímia e permutabilidade parece falhar, a distinção entre analítico e sintético, então, só poderia repousar na ideia de regras semânticas. Entretanto, elas também não são suficientes, segundo Quine, pois sempre parecem pressupor a noção que pretendem explicar – a analiticidade. (Cf. QUINE, 1975a, 245-8)

Em resumo, a distinção entre sentenças analíticas e sintéticas parece ser formulada a partir da noção de que os enunciados são constituídos de componentes linguísticos e fatuais (QUINE, 1975a, p. 251). Ou seja, os enunciados são compostos de uma estrutura lógico-linguística e fatos de conteúdo empírico que contribuem para a verdade de cada sentença. As sentenças sintéticas são submetidas a um domínio de experiências confirmatórias. As sentenças analíticas, contudo, teriam o seu componente fatual nulo e para seu valor de verdade só se levaria em conta os componentes linguísticos envolvidos. Isso garantiria que tais sentenças seriam verdadeiras qualquer que fosse a situação das coisas no mundo. (QUINE, 1975a, p. 248) Mas, apesar dos esforços em direção a isso, não foi possível traçar uma distinção clara entre enunciados analíticos e sintéticos, conforme argumenta Quine. (QUINE, 1975a, p. 248).

A proposta de Quine, então, é que não é possível fazer a distinção entre os componentes linguísticos e fatuais da verdade de um enunciado (QUINE, 1975a, p. 251). Isso eliminaria a distinção entre juízos analíticos e sintéticos. Uma das consequências do fim dessa distinção é especialmente relevante para nosso texto: Conforme proposto por Quine, as questões ontológicas se tornam do mesmo tipo que as questões científicas e podem ser determinadas da mesma forma (Cf. QUINE, 1975a, 253-4). Isso porque tudo o que constituí o conhecimento humano é uma construção humana. (Cf. QUINE, 1975a, p. 252). Tal ponto será desenvolvido posteriormente, mas

5 Dois termos são permutáveis quando é possível substituir um por outro em sentenças sem que elas mudem seus valores de verdade.

antes é preciso apresentar algumas considerações sobre as questões ontológicas para Quine.

Diferente de Carnap, Quine admite que alguns predicados usados nas teorias fazem reivindicações ontológicas. A evidência da existência de alguma entidade não se dá pelo fato de que expressões que contenham um termo supostamente relacionado a ela sejam significativas. (Cf. QUINE, 1975b, p. 228). Compromissos ontológicos são assumidos apenas quando nos comprometemos com teorias que fazem requerimentos ontológicos.

Nesse caso, como podemos determinar se dada teoria requer a existência de algum objeto, ou seja, faz um requerimento ontológico? A resposta de Quine é que em uma teoria existem certos enunciados que precisam ser verdadeiros para que a teoria como um todo seja verdadeira e alguns desses enunciados são compostos por predicados sob o domínio de quantificadores existenciais que exigem a existência de algum objeto para serem satisfeitos. Assim, o que decide a questão da existência de um objeto numa teoria é a presença ou não de variáveis sob o domínio de quantificadores existenciais (QUINE, 1975c, p. 179). E, apenas nesse sentido, podemos falar sobre existência ou não de objetos.

O que conta como evidência para as quantificações existenciais depende do contexto ao qual elas se referem. Sentenças que se referem ao mundo físico têm como evidência, em grande parte, o testemunho dos sentidos. Assim, por exemplo, em uma sentença que afirme, como no exemplo de Quine, que existem coelhos, $\exists x\ (x = a)$ em que a = coelho, tem como evidência de sua veracidade a percepção da existência de coelhos no mundo físico. Já as sentenças matemáticas, por outro lado, têm como evidência da existência de suas entidades razões que Quine denomina científicas, essencialmente (QUINE, 1975c, p. 180).

Tais razões apontadas por Quine podem ser agrupadas no argumento da *Indispensabilidade da Matemática*. A ideia central do argumento é encontrada em diversos textos de Quine. Segundo o autor, números, classes ou outras entidades matemáticas são aceitas pelo poder e pela facilidade que emprestam à física teórica e a outros discursos sistemáticos sobre a natureza (QUINE, 1975c, p. 181).

Uma boa interpretação do argumento quineano é aquela oferecida por Michael Resnik. Segundo Resnik e também Quine, o desenvolvimento e sustentação das ciências, em geral, se dá não por enunciados de uma teoria tomados isoladamente, mas por um corpo de enunciados. Tal posição é denominada por Resnik *holismo epistêmico*

(RESNIK, 2005, p. 114). Segundo o holismo epistêmico, nenhuma reivindicação da ciência teórica pode ser refutada ou confirmada isoladamente, mas apenas como parte de um sistema de hipótese.

Em geral, ciências como biologia, física e química incluem em seu sistema de hipóteses princípios matemáticos. Em grande parte, a matemática é utilizada para fazer predições e correções em teorias de outras áreas científicas (RESNIK, 2005, 121). Tais interferências podem ser testadas na prática empírica muitas vezes e, quando retificadas, oferecem correção não apenas para o enunciado final ou a conclusão do sistema de hipóteses, mas para todo o sistema, incluindo os princípios matemáticos. Quando rejeitamos enunciados matemáticos podemos ter consequências não apenas dentro da própria matemática, mas também em outras áreas científicas (RESNIK, 2005, p. 126). Isso corrobora a posição de Quine:

> […] O enunciado típico sobre corpos não dispõe de nenhum cabedal de implicações ao nível da experiência que possa ser dito próprio a ele. Uma massa substancial de teoria, tomada em conjunto, terá comumente implicações no domínio da experiência; é assim que fazemos predições verificáveis. É possível que não sejamos capazes de explicar por que chegamos a teorias que fazem predições bem-sucedidas, mas o fato é que chegamos a tais teorias. As vezes também uma experiência implicada por uma teoria deixa de se produzir; e então, idealmente, declaramos a teoria falsa. Mas o insucesso falsifica apenas o bloco de teoria como um todo, uma conjunção de muitos enunciados. O insucesso mostra que um ou mais de um dos enunciados é falso, mas não mostra qual. (QUINE, 1975d, p. 168).

Ou seja, o corpo de enunciados de uma teoria é composto na forma de conjunções, tais que para que uma teoria T seja verdadeira, todos os enunciados $t_1 \wedge t_2 \wedge t_3 \wedge t_4 \wedge \ldots \wedge t_n$ que constituem T devem ser igualmente verdadeiros. Alguns desses enunciados são matemáticos, portanto, rejeitá-los pode nos levar até mesmo a perder a justificação para muitos enunciados científicos que não estamos dispostos a abrir mão, por exemplo, nossos conhecimentos sobre mecânica, termologia, ondulatória e todos os outros ramos da física que nos permite construir aviões, pontes, casas, espaçonaves e tantas outras coisas. Nas ciências da biologia e da química que levam a construção da medicina, da genética e farmacologia e de tantos outros ramos fundamentais que estão sempre presentes em nosso cotidiano.

V. Uma possível solução para o dilema de Benacerraf

Como foi defendido pelo argumento da Indispensabilidade da Matemática, as entidades matemáticas são aceitas por razões científicas, ou seja, pelo papel indispensável que desempenham em outros discursos sistemáticos sobre a natureza. Uma vez que aceitamos nossos modelos científicos como eficazes em fazer predições, explicar os fenômenos a nossa volta e em produzir tecnologias essenciais, nós devemos aceitar também como verdadeiros os enunciados matemáticos que subjazem a prática científica. Ou seja, os enunciados matemáticos são justificados não por serem fundamentados em relações lógicas, mas em relações pragmáticas (Cf. RESNIK, 2005, p. 124).

Sendo que muitos daqueles enunciados matemáticos que fazem parte dos sistemas de hipóteses que subjazem a prática científica são enunciados com quantificadores existenciais, precisamos assumi-los como verdadeiros se desejamos manter o corpo científico como um todo. Tais enunciados trazem os compromissos ontológicos que subjazem nossa prática científica. Tal modo de determinar quais objetos ou entidades existem, contudo, não é exclusivo da matemática, o mesmo tipo de relação é o que subjaz nossos compromissos ontológicos em geral. Ou seja, ao nos comprometemos com uma teoria devemos levar em consideração quais os compromissos ontológicos que ela implica.

Neste ponto nos aproximamos novamente do dilema de Benacerraf apresentado no início deste texto. De acordo com Benacerraf, as teorias da verdade em matemática que têm sido apresentadas pelos filósofos se mostraram incapazes de conciliar duas preocupações essenciais: a construção de uma teoria semântica homogênea e uma epistemologia aceitável para a matemática. Mas, talvez a posição assumida por Quine que foi resumida acima possa oferecer uma saída ao dilema proposto.

A posição de Quine assume a existência de entidades matemáticas e oferece uma explicação para como o conhecimento matemático é possível, a saber, uma vez que os enunciados matemáticos são parte essencial do corpo das ciências empíricas e admitimos que existe conhecimento dessas ciências devemos pressupor que também temos conhecimento daquilo sobre o qual se fundamenta muito de seus enunciados, ou seja, os enunciados matemáticos. Estamos justificados em supor que exista conhecimento matemático, pois ele é um pilar importante na capacidade de fazer predições e produzir resultados em ciências naturais.

Uma posição cética poderia questionar tal conclusão dizendo que os resultados das ciências empíricas não é uma garantia do conhecimento de um dos seus pilares, mesmo que dos mais importantes. Um corpo muito grande de ciência poderia ser construído em cima de um pressuposto falso, mas, por mero acaso, resultar em proposições verdadeiras. Contra essa objeção, temos que admitir que sim, é possível que seja desse modo. Mas aceitar que exista conhecimento matemático parece uma proposta mais simples para explicar como o conhecimento científico pode ser possível.

Nos moldes de Quine, a própria matemática pode ser entendida como uma ciência natural e o conhecimento que temos dela não é alcançado de modo diferente do conhecimento que temos da física ou da biologia ou qualquer outra ciência. Um método que consiste em formular e testar hipóteses e suas consequências. Ao mesmo tempo, a posição de Quine homologa uma teoria semântica homogênea, uma vez que não há a distinção gramatical entre as ciências empíricas e a matemática.

Considerações finais

O dilema proposto por Benacerraf aos filósofos da matemática é significativo. Deveria ser possível construir uma teoria da verdade em matemática que, primeiro, não a tornasse um domínio totalmente distinto do conhecimento e segundo, que não tornasse impossível justificar seu conhecimento. Neste trabalho, defendemos que a teoria desenvolvida por Quine pode ser uma alternativa para os filósofos da matemática que se preocupam com tal dilema.

A teoria de Quine é baseada no uso indispensável da matemática para outras ciências, o argumento da *Indispensabilidade da Matemática*. Segundo tal posição podemos nos comprometer com o discurso matemático, mesmo aquele que faça reivindicações ontológicas, quando eles são a melhor opção disponível para acomodar e organizar nossos dados científicos. E tal situação tem se verificado, portanto, temos boas razões para aceitar como verdadeiros os enunciados matemáticos.

A posição de Quine sobre a aceitação de enunciados matemáticos não é tão distante daquela apresentada por Carnap, que também parece repousar nas vantagens do uso ou não de algum corpo de enunciados. A diferença entre os dois repousa no alcance de tal posição pragmática. Carnap parece restringir-se ao campo do conhecimento analítico, mas o conhecimento sintético deve ser justificado pela investigação empírica. Uma vez que Quine não faz distinção entre analítico e sintético, sua teoria alcança não só o conhecimento matemático, mas todo o tipo de conhecimento produzido, incluindo o das ciências naturais. Tanto em áreas matemáticas como nas não-matemáticas questões pragmáticas guiam a aceitabilidade do discurso. Isso não quer dizer que a investigação empírica não seja relevante, apenas que ambas trabalham juntas na construção de um corpo de conhecimento coerente.

Referências

BENACERRAF, P. *Mathematical Truth*. The Journal of Philosophy, Vol. 70, Nº. 19, p. 661-679, Nov/1973.

CARNAP, R. *Meaning and Necessity:* A Study in Semantics and Modal Logic. The University of Chicago Press, 2ª ed., 1948.

_______. *The logicist foundations of mathematics*. Philosophy of mathematics: Selected readings. Paul Benacerraf e Hilary Putnam (ed.). Cambridge University Press, 2ª ed., 1983, p. 41 – 52.

_______. *Empiricism, semantics, and ontology*. Philosophy of mathematics: Selected readings. Paul Benacerraf e Hilary Putnam (ed.). Cambridge University Press, 2ª ed., 1983, p. 241 – 257.

MADDY, Penelope. *Realism in Mathematics*. Clarendon Press Oxford, 1990.

_______. *Naturalism in Mathematics*. Clarendon Press Oxford, 2ª ed., 2002.

QUINE, Willard Van Orman. *Dois Dogmas do Empirismo*. Trad.: Marcelo Guimarães da Silva Lima. Ensaios. (*Pensadores*). Victor Civita (ed.) São Paulo: Abril Cultural, 1975a, p. 237 – 253.

_______. *Sobre o que Há*. Trad.: Luis Henrique dos Santos. Ensaios. (*Pensadores*). Victor Civita (ed.) São Paulo: Abril Cultural, 1975b, p. 223 – 235.

_______. *Existência e Quantificação*. Trad.: Andréa Maria Altino de Campos Loparié. Ensaios. (*Pensadores*). Victor Civita (ed.) São Paulo: Abril Cultural, 1975c, p. 177 – 190.

_______. *Epistemologia Naturalizada*. Trad.: Andréa Maria Altino de Campos Loparié. Ensaios. (*Pensadores*). Victor Civita (ed.) São Paulo: Abril Cultural, 1975d., p. 161 – 175.

RESNIK, M. *Mathematics as a Science of Patterns*. Clarendon Press., 2ª ed., 2005.

Recebido em: 01/02/2018
Aprovado em: 16/04/2018